



# PA104

## TWIN-MOTOR

Laborbericht im Umgang mit MATLAB®/Simulink® und Simpack®

Mohammed Almassri  
Florian Franke  
Alexander König

## Aufgabenstellung

In dieser Projektarbeit handelt das Thema über die Mehrkörpersimulation (MKS) eines Twin-Motors (Abbildung 0-1). Dieser Motor ist an drei Aufhängepunkten mittels Schwingungsdämpfer gelagert. Zu Beginn gilt es die Grundlage und somit die Topologie des MKS-Modells zu definieren, um das Modell aufbauen zu können. Für die Darstellung des Modells können realitätsnahe Bauteile, wie der Engine Block (Kurbelgehäuse) und der Engine Conrod (Pleuel) genutzt werden.

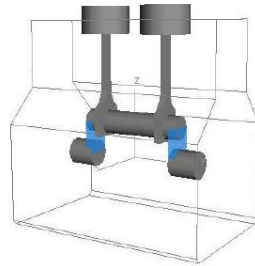


Abbildung 0-1: Twin Motor

Im nächsten Schritt muss die Steifigkeit der Schwingungsdämpfer analytisch so ausgelegt werden, dass sich eine Eigenfrequenz im Bereich von ungefähr 12 Hz darstellen lässt. Gleichmaßen muss die Dämpfung der Schwingungsdämpfer so ausgelegt werden, dass sich ein Dämpfungsmaß von etwa 0,07 ergibt. Sobald die Topologie definiert worden ist und die Steifigkeit sowie die Dämpfung ausgelegt sind, soll im folgenden Schritt ein Motorhochlauf bis ungefähr 7000 1/min simuliert werden. Zudem gilt es die Lagerkräfte und Schwingung des Kurbelgehäuses in Abhängigkeit der Motordrehzahl auszuwerten. In diesem Zusammenhang soll gezeigt werden, dass die Eigenfrequenz etwa der ausgelegten Frequenz entspricht. Der letzte Schritt dieser Teilaufgabe befasst sich mit der Veränderung der Verläufe, bei halbiertes Steifigkeit und Dämpfung der Schwingungsdämpfer.

Als nächstes soll das erstellte MKS-Modell mit einer Fahrzeugbewegung (Amplitude von 0,01m) in verschiedenen Frequenzen angeregt werden. Zusätzlich soll die Steifigkeit und die Dämpfung so verändert werden, dass die maximale Schwingungsamplitude nur noch 70% des voreingestellten Dämpferwertes aufweist. Dabei tritt ein unangenehmer Effekt auf, der ebenfalls beschrieben werden soll.

Bei der letzten Teilaufgabe soll ein Matlab Modell erzeugt werden, welches in Bezug auf den Kurbelwinkel, die entsprechende Zylinderkraft vorgibt. Zur Hilfestellung dient die Abbildung 0-2, die den Verlauf des Zylinderdrucks über den Kurbelwinkel darstellt.

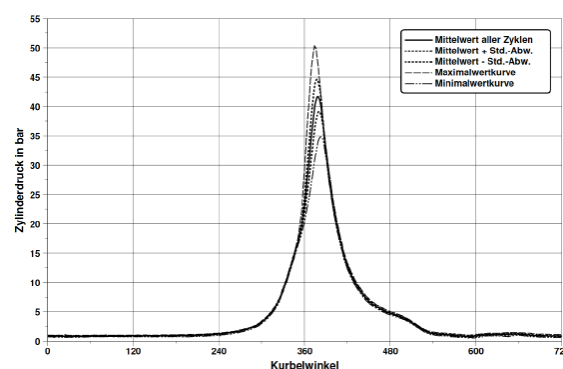


Abbildung 0-2: Beispielhafter Zylinderdruckverlauf



## Inhalt

1	Mehrkörpersimulationsmodell	1
1.1	Erstellung der Twin-Motor-Topologie	2
1.1.1	Berechnung der Freiheitsgrade	3
1.2	Aufbau des Twin-Motors in Simpack®	5
1.2.1	Topologie in Simpack®	6
1.2.2	Dummy	6
1.2.3	Zylinderkurbelgehäuse	7
1.2.4	Kurbelwelle	9
1.2.5	Pleuel	10
1.2.6	Kolben	10
1.2.7	Motorlagerung	11
2	Simulation des Motorhochlaufs	13
2.1	Vorüberlegungen Einmassenschwinger	13
2.1.1	Antwort des Einmassenschwingers auf die Gewichtskraft	16
2.1.2	Antwort des Einmassenschwingers auf die Unwuchterregung	16
2.1.3	Antwort des Einmassenschwingers auf die Krafterregung	17
2.1.4	Kombinierte Antwort auf alle Erregungen	18
2.2	Twin-Motor in Simpack®	19
2.2.1	Auswertung der Lagerkräfte	19
2.2.2	Auswertung der Schwingungen	21
2.3	Twin-Motor mit halbierte Steifigkeit und Dämpfung	22
2.3.1	Auswertung der Lagerkräfte	23
3	Anregung des Modells durch Fahrbahnunebenheiten	24
3.1	Vorüberlegungen	24
3.1.1	Antwort des Einmassenschwingers auf die Fußpunkterregung	25
3.1.2	Kombinierte Antwort aller Anregungen	25
3.2	Erweiterung der Twin-Motor-Topologie	26
3.3	Implementierung in Simpack®	26
3.4	Anregung durch Fahrbahnunebenheiten	28
3.5	Anregung durch Fahrbahnunebenheiten mit veränderter Dämpfung	29
4	Motormodell mit realistischen Zylinderdruckkurven	30
4.1	Erstellung des MATLAB®/Simulink®-Modells zur Cosimulation	30
4.1.1	Erstellung einer Look-Up-Table in MATLAB®/Simulink®	30



4.1.2 Abstimmung der Kurbelwinkel-Wertebereiche aus Simpack® und der Look-Up-Table.....	34
4.1.3 Subsystem: Zählschalter .....	36
4.2 Synchronisierung der Software MATLAB®/Simulink® und Simpack® .....	40
4.3 Simulation des Kolbenbetriebs .....	42
Abbildungsverzeichnis .....	i
Tabellenverzeichnis .....	ii

---

## 1 Mehrkörpersimulationsmodell

Bei einem Mehrkörpersimulationsmodell wird die Modellierung eines dynamischen Systems beschrieben, welches aus starren massebehafteten Körpern besteht. Dabei treten Momente und Kräfte auf die jeweiligen Körper an diskreten Punkten auf. Die Kinematik von Mehrkörpersystemen ist so definiert, dass die Lage eines starren Körpers im Raum durch sechs Lagekoordinaten beschrieben wird. Diese lauten wie folgt: [1]

- Ortskoordinaten des Schwerpunkts ( $X, Y, Z$ )
- unabhängige Koordinaten der Drehung ( $\alpha, \beta, \gamma$ )

Neben der Kinematik spielen in der Mehrkörpersimulation die Freiheitsgrade eine wesentliche Hauptrolle. Die Zahl der Freiheitsgrade  $f$  eines homogenen Systems ist gleich der Anzahl der unabhängigen Bewegungsmöglichkeiten des Systems.

In diesem Zusammenhang kann ein Körper maximal drei translatorische und drei rotatorische Freiheitsgrade (= 6 Freiheitsgrade) besitzen. Hierbei ist zu verstehen, dass ein starrer Körper im Raum höchstens in drei voneinander unabhängigen Richtungen verschoben werden kann und genauso um maximal drei voneinander unabhängigen Achsen gedreht werden kann. In einem anderen Fall kann der Körper auch nicht starr sein, indem die Massen durch bestimmte Federelemente miteinander verbunden sind. Dementsprechend wächst die Anzahl der Freiheitsgrade [1, p. 30].

Laut der beschriebenen Aufgabenstellung aus ist der Twin-Motor an drei Aufhängungspunkten mittels Schwingungsdämpfer gelagert. Diese Aufhängungspunkte beschreiben hierbei drei Motorlager, die in der späteren Topologie mit drei Federelementen beschrieben sind.

Mithilfe von bestimmten Gelenken, kann ein kinematisch nicht zusammenhängendes Mehrkörpersystem in ein kinematisches zusammenhängendes System umgewandelt werden (siehe Abbildung 1-1). Der Aufbau solcher Gelenke kann beispielsweise durch eine Reihenschaltung realisiert werden. Bei dieser Schaltung werden drei senkrecht aufeinander stehende Schubgelenke (3P) und ein sphärisches Kugelgelenk (S) eingebaut [2, p. 278f.].

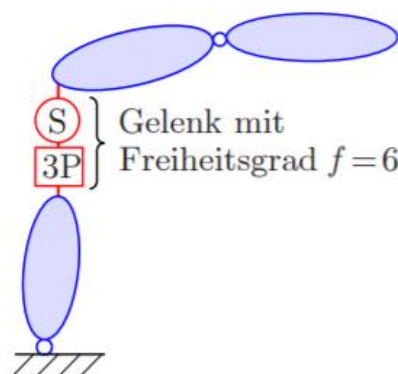


Abbildung 1-1: Kinematisch zusammenhängendes System durch ein Gelenk mit Freiheitsgrad = 6





### 1.1.1 Berechnung der Freiheitsgrade

Für die Berechnung der Freiheitsgrade sind folgende Punkte relevant:

- Anzahl der Körper  
Hier ist zu erwähnen, dass das raumfeste und masselose Gestell, welches als „Dummy bezeichnet wird, nicht dazu zählt.
- Anzahl der Gelenke
- Anzahl notwendiger geometrischer Zwangsbedingungen
- Bindungen  
Hier ist zu erwähnen, dass die Bindungen die Anzahl der gesperrten Freiheitsgrade abzüglich geometrischer Zwangsbedingungen (constraints) sind.
- Anzahl unabhängiger Schleifen
- Unabhängige Freiheitsgrade des Mehrkörpersystems

In diesem Zusammenhang folgt eine Tabelle mit den dazugehörigen Formeln und jeweilige Kurzbeschreibungen:

Tabelle 1: Relevante Informationen für die Freiheitsgradberechnung

$n_K$	Anzahl Körper (mit Masse, außer Gestell) Das heißt raumfestes masseloses Gestell (Dummy) zählt nicht dazu Das heißt raumfestes Inertialsystem zählt nicht dazu	$n_K = \sum_2^i n_{K,i} = 6$  <i>mit <math>n_{K,0} = I_{sys}</math> mit <math>n_{K,1} = Dummy</math></i>
$n_G$	Anzahl Gelenke zwischen $n_K$	$n_G = \sum_1^i n_{G,i} = 6$  <i>mit <math>n_{G,0} = Feste Einspannung</math></i>
$z$	Anzahl notwendiger geometrischer Zwangsbedingungen	$\sum_{i=1}^{n_z} z_i = 2$
$p$	Bindungen Sind Anzahl gesperrter Freiheitsgrade Abzüglich geometrischer Zwangsbedingungen $z$ (constraints)	$p = \sum_{i=1}^{n_G} 6 - \sum_{i=1}^{n_G} f_i + \sum_{i=1}^{n_z} z_i$
$n_S$	Anzahl unabhängiger Schleifen	$n_S = n_G - n_K$
$f$	Unabhängige Freiheitsgrade des Mehrkörpersystems	$f = 6 \cdot n_K - p = \left( \sum_{i=1}^{n_G} f_i \right) - \left( \sum_{i=1}^{n_z} z_i \right) - 6$  $\cdot n_S$

Zusätzlich folgt auf der nächsten Seite eine weitere Tabelle aus der hervorgeht, welche Freiheitsgrade und welche Bindungen für die jeweiligen Körper und Gelenke/Zwangsbedingungen zur Verfügung stehen. Der Bezug wird hierbei auf die drei Ortskoordinaten des Schwerpunkts ( $X, Y, Z$ ) sowie auf die drei Koordinaten der Drehung ( $\alpha, \beta, \gamma$ ) gelegt.

Tabelle 2: Zusammenfassung aller Freiheitsgrade und Bindungen

Körper	Gelenk / Zwangsbedingung	Freiheitsgrade (✓) / Bindungen (X)							
		$x$	$y$	$z$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$f_i$	$z_i$
$n_{K,0} = \text{Isys}$									
$n_{K,1} = \text{Dummy}$	$n_{G,0} = \text{Feste Einspannung}$	X	X	X	X	X	X	$f_1 = 0$	
$n_{K,2} = \text{Kurbelgehäuse}$	$n_{G,1} = 3 \text{ Motorlager}$	✓	✓	✓	✓	✓	✓	$f_2 = 6$	
$n_{K,3} = \text{Kurbelwelle}$	$n_{G,2} = 2 \text{ Rillenkugellager}$	X	X	X	X	✓	X	$f_3 = 1$	
$n_{K,4} = \text{Pleuel 1}$	$n_{G,3} = 1 \text{ Gleitlagerschale}$	X	X	X	X	✓	X	$f_4 = 1$	
$n_{K,5} = \text{Kolben 1}$	$n_{G,4} = 1 \text{ Gleitlagerbolzen}$	X	X	X	X	✓	X	$f_5 = 1$	
	$z_1 = 1 \text{ Zylindrische Führung}$	X				X			$z_1 = 2$
$n_{K,6} = \text{Pleuel 2}$	$n_{G,5} = 1 \text{ Gleitlagerschale}$	X	X	X	X	✓	X	$f_6 = 1$	
$n_{K,7} = \text{Kolben 2}$	$n_{G,6} = 1 \text{ Gleitlagerbolzen}$	X	X	X	X	✓	X	$f_7 = 1$	
	$z_2 = 1 \text{ Zylindrische Führung}$	X				X			$z_2 = 2$
$\sum n_K = 6$	$\sum n_G = 6$	$p = \sum b_i = 29$ $\sum_{i=1} f_i = 11$ $\sum_{i=1} z_i = 4$							

Hier ist zu beachten, dass nur notwendige geometrische Zwangsbedingungen zu setzen sind. Das heißt, es dürfen keine redundanten Bindungen erzeugt werden. Die Anzahl der Bindungen (gesperzte Freiheitsgrade) „ $p$ “ lässt sich durch Zählen der rot markierten Kreuze (siehe Tabelle 2) oder durch folgende Formel ermitteln:

$$p = \sum_{i=1}^{n_G} 6 - \sum_{i=1}^{n_G} f_i + \sum_{i=1}^{n_z} z_i = 29$$

Laut der Tabelle 2 stimmt die Anzahl der Gelenke ( $n_G = 6$ ) mit der Anzahl der Körper ( $n_K = 6$ ) überein. Somit ergibt sich, dass die Anzahl kinematischer Schleifen  $n_S = n_G - n_K = 0$  ist. Dementsprechend handelt es sich bei dieser Topologie um ein offenes Mehrkörpersystem [2, p. 279]. Der Weg jedes Körpers ist vom Ursprungskoordinatensystem Isys eindeutig bestimmt.

Die Freiheitsgrade des gesamten Systems lassen sich abschließend über die Summe der potentiellen sechs Freiheitsgrade aller Körper abzüglich ihrer Bindungen errechnen:

$$f = 6 \cdot n_K - p = 7$$

Alternativ kann der Freiheitsgrad über die kinematischen Schleifen berechnet werden. Hierbei sind die Freiheitsgrade des Gesamtsystems die Anzahl der Freiheitsgrade zwischen den Körpern abzüglich der geometrischen Zwangsbedingungen, eingeschränkt durch die sechs Freiheitsgrade der unabhängigen kinematischen Schleifen (hier 0):

$$f = \left( \sum_{i=1}^{n_G} f_i \right) - \left( \sum_{i=1}^{n_z} z_i \right) - 6 \cdot n_S = 7$$

Somit ergeben sich letztendlich sieben Freiheitsgrade für die Topologie des Twin-Motors.



## 1.2 Aufbau des Twin-Motors in Simpack®

Zunächst gilt es ein Basis-MKS-Modell zu erstellen. Hierzu wurde gemäß der Aufgabenstellung auf die vorhandenen Geometrieelemente Engine Block, Engine Conrod sowie Engine Crank Web zurückgegriffen. Diese Teile wurden entsprechend skaliert, um eine Referenz zu Motoren bilden zu können, wie sie beispielsweise in Notstromaggregaten o.ä. zum Einsatz kommen. In Abbildung 1-3 sind die gewählten Abmessungen des Kurbelgehäuses dargestellt.

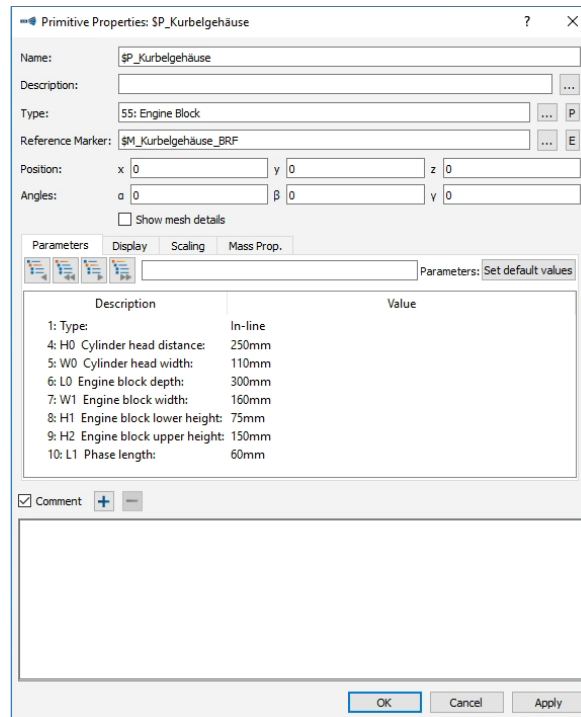


Abbildung 1-3: Geometrie des Kurbelgehäuses

Entsprechend der zuvor erarbeiteten Topologie und um eine hohe Modellflexibilität zu erreichen, wurde in diesem, wie auch in allen aufbauenden Modellen alle Körper auf einen als erstes eingefügten Dummy referenziert, welcher als einziger eine Verbindung zum Inertialsystem aufweist. Nach Erstellung aller Körper werden diese über entsprechende Joint-Verbindungen (Gelenke) zusammengefügt. Um den Bewegungsablauf zwischen Kolben und Pleuel realitätsgetreu darzustellen, werden diese über entsprechende constraints in das Modell eingebunden.

Gemäß der Aufgabenstellung gilt es, die Federsteifigkeiten und Dämpferkonstanten so auszulegen, dass eine Eigenfrequenz von 12Hz realisiert werden kann. Hierzu gilt es, dass Motormodell an drei Punkten mittels Feder-Dämpfer-Elementen zu lagern. Aus der Aufgabenstellung geht hervor, dass der Motor auf eine Drehzahl von etwa  $7000 \text{ min}^{-1}$  gebracht werden soll. Dies wird über eine Driven-Joint-Verbindung mit einer kosinusförmigen Beschleunigung an der Kurbelwelle realisiert. Nachfolgend kann die Simulation visuell über die Time Integration online geprüft werden. Abschließend kann die Simulation offline durchgeführt werden, was alle für die Auswertung nötigen Parameter zur Verfügung stellt.





### 1.2.3 Zylinderkurbelgehäuse

Zur Ermittlung der Masseigenschaften des Zylinderkurbelgehäuses wird zunächst eine Literaturrecherche betrieben. Dabei führen die folgenden Zitate zur Auswahl eines Grauguss-Werkstoffes:

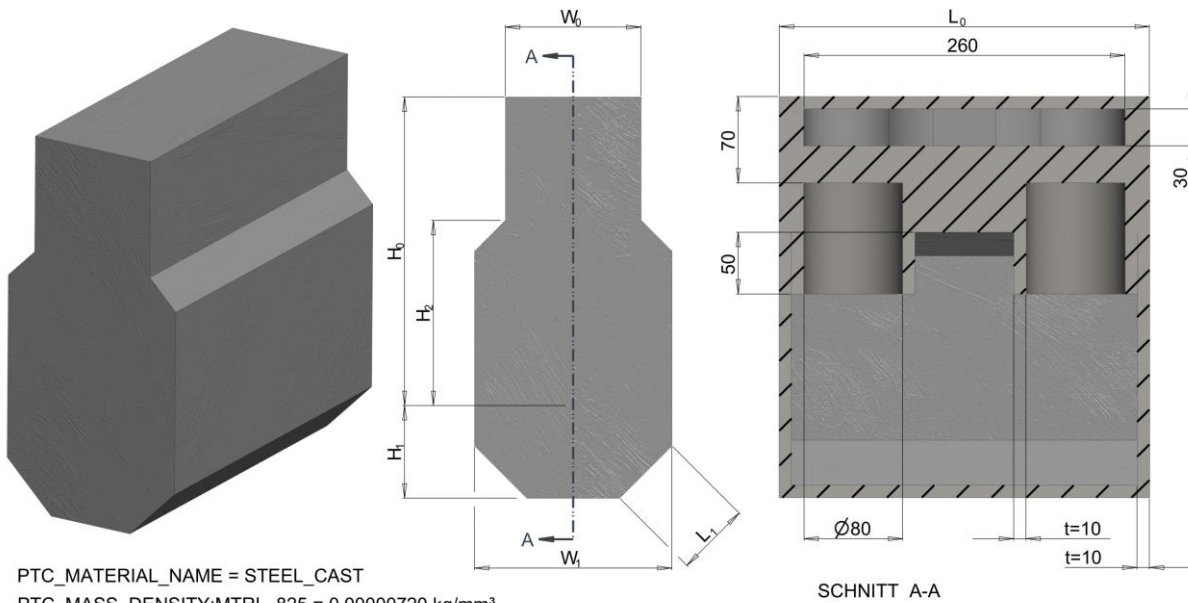
- „Bis Anfang/Mitte der 1990er-Jahre war die Mehrzahl der in Großserie hergestellten Kurbelgehäuse aus Gusseisen.“ [3, p. 148]
- „Neben den soeben erwähnten prominenten Beispielen ist die Verwendung von Kurbelgehäusen aus Grauguss [...] seit vielen Jahren Stand der Technik“ [4, p. 21]
- „Der klassische Werkstoff für Zylindergehäuse ist Grauguss“ [5, p. 235]
- „Die gebräuchlichsten Grauguss-Werkstoffe sind: x GJL250 bzw. GJL300: – unlegierter lamellarer Grauguss mit perlitischem Grundgefüge und Phosphidnetz (Steadit) – niedrig legierter lamellarer Grauguss (Chrom, Kupfer, Nickel, Molybdän und Vanadium sind die Elemente, die in kleinen Mengen zulegiert werden) x oberflächenhärtbare / vergütbare GJL-Legierungen bei hohen Anforderungen an Zylinderlaufbüchsen x GJV400; Vermiculargraphit-Guss (deutlich höherer Elastizitäts-Modul, höhere Festigkeit)“ [6, p. 211]

Die Dichte des Werkstoffes wird mit  $7200\text{kg/m}^3$  angenommen [3, p. 149]. Dieser Wert wird als Materialeigenschaft eines CAD-Modells zugrunde gelegt. Da das Volumen des generischen Kurbelgehäuses in Simpack® von dem soliden Körper berechnet wird, wird manuell ein Gewicht von 38,2kg angenommen. Diese Annahme kann in einem CAD-Modell auf Plausibilität geprüft werden.

Mit den in 1-3 angegebenen Maßen wird das Kurbelgehäuse im Bereich des Zylinderkopfes und ~Deckels als solides Bauteil konstruiert. Die Zylinderlaufbahnen werden abgezogen und ein Bereich um die Ventilkipphebel freigeschnitten. Das restliche Gehäuse und die Ölwanne werden als Fläche modelliert und um eine feste Wandstärke aufgedickt.

Die ermittelte Masse beträgt nach einer kurzen Anpassungsmaßnahme 38,2kg (siehe Abbildung 1-5). Damit ist bewiesen, dass der Wert plausibel ist. Er ist in jedem Fall realistischer als die von der Volumenberechnung vorgeschlagenen 104,5kg.

Da jetzt die Lage des Schwerpunktes, sowie der Trägheitstensor bekannt sind, werden diese in Simpack® übertragen. Das Koordinatensystem in dem CAD-Modell liegt im Schnittpunkt der Symmetrieebenen auf Höhe des Parameters  $H_2$  (siehe Abbildung 1-5 oben). In Simpack® wird hierfür ein Marker auf Höhe von  $H_2$  angegeben, auf welchen die Lage des Schwerpunktes und des Trägheitstensors referenziert wird.



PTC\_MATERIAL\_NAME = STEEL\_CAST  
PTC\_MASS\_DENSITY:MTRL\_825 = 0.00000720 kg/mm³  
MASS = 38.203 kg

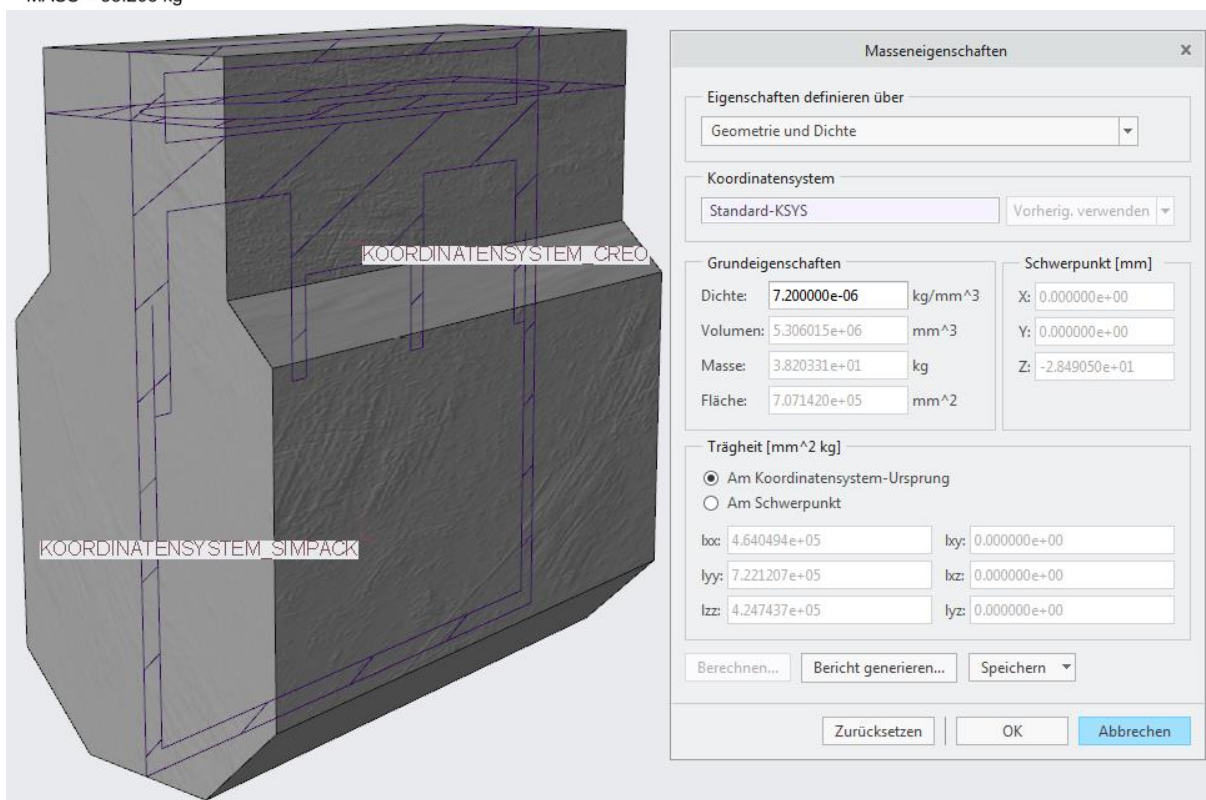


Abbildung 1-5: Masseneigenschaften des Zylinderkurbelgehäuses



#### 1.2.4 Kurbelwelle

Die Masse der Generischen Kurbelwelle wird automatisch von Simpack® ausgerechnet. Als Werkstoff wird geschmiedeter Stahl mit einer Dichte von  $7840 \text{ kg/m}^3$  zugrunde gelegt. Die Kurbelwelle wiegt damit 1,09kg.

Kurbelwellen sind in der Praxis ausgewuchtet. Simpack® berechnet folgende Exzentrizitätskoordinaten des Schwerpunktes.

$$x_S = -3,30037298829721 \cdot 10^{-21} \text{ m} \approx 0 \text{ m}$$

$$z_S = 0,02005674025275911 \text{ m}$$

Die Koordinate  $z_S$  ist mit 20mm kritisch, da eine zusätzliche Erregung durch die Unwucht in die Antwort der Schwingung des Kurbelgehäuses münden würde. Eine Überschlagsrechnung bei  $\omega = 7000 \text{ U/min}$  ergibt eine umlaufende Kraft von  $F_U = z_S \cdot m \cdot \omega^2 = 11,7 \text{ kN}$ . Alle Schwerpunktkoordinaten werden idealerweise zu 0 gesetzt.

$$x_S = y_S = z_S = 0$$

Die Veränderung des Trägheitstensors durch einen Massenausgleich ist nicht einzuschätzen. Deswegen wird der ursprüngliche errechnete Trägheitstensor als Restfehler im Modell belassen. Der Fehler mündet in ein aus den Deviationsmomenten mündenden Moment, dass sich an der Lagerung abstützt. Der Fehler wird hier untersucht, indem über den Drallsatz die beiden umlaufenden Reaktionsmomente errechnet werden: [7, p. 100]

$$\begin{aligned} \sum M &= \underline{L} \cdot \underline{\omega} = \underline{J} \cdot \underline{\omega} \times \underline{\omega} \\ \text{mit } \sum M &= \begin{pmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{zz} \end{pmatrix} \\ \text{mit } \underline{\omega} &= \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \\ \sum M &= \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \\ \Rightarrow \sum M &= \begin{pmatrix} (J_{xx} \cdot \omega_x) + (J_{xy} \cdot \omega_y) + (J_{xz} \cdot \omega_z) \\ (J_{yx} \cdot \omega_x) + (J_{yy} \cdot \omega_y) + (J_{yz} \cdot \omega_z) \\ (J_{zx} \cdot \omega_x) + (J_{zy} \cdot \omega_y) + (J_{zz} \cdot \omega_z) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{zz} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} [(J_{yx} \cdot \omega_x) + (J_{yy} \cdot \omega_y) + (J_{yz} \cdot \omega_z)] \cdot \omega_z - [(J_{zx} \cdot \omega_x) + (J_{zy} \cdot \omega_y) + (J_{zz} \cdot \omega_z)] \cdot \omega_y \\ [(J_{zx} \cdot \omega_x) + (J_{zy} \cdot \omega_y) + (J_{zz} \cdot \omega_z)] \cdot \omega_x - [(J_{xx} \cdot \omega_x) + (J_{xy} \cdot \omega_y) + (J_{xz} \cdot \omega_z)] \cdot \omega_z \\ [(J_{xx} \cdot \omega_x) + (J_{xy} \cdot \omega_y) + (J_{xz} \cdot \omega_z)] \cdot \omega_y - [(J_{yx} \cdot \omega_x) + (J_{yy} \cdot \omega_y) + (J_{yz} \cdot \omega_z)] \cdot \omega_x \end{pmatrix} \end{aligned}$$



Die Kurbelwelle rotiert um die y-Achse mit maximal  $\omega = 7000 \text{ U/min}$ :

$$\begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2\pi \cdot 7000/60s \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 733 \text{ rad/s} \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_{zy} \cdot \omega_y^2 \\ J_{xy} \cdot \omega_y^2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Das Deviationsmoment  $J_{zy}$  beträgt  $5,421 \cdot 10^{-20} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  und das Deviationsmoment  $J_{xy}$  beträgt  $6,738 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . Damit ergeben sich ein umlaufendes Moment  $M_{xx}$  von  $2,9 \cdot 10^{-14} \text{ Nm}$  und ein umlaufendes Moment  $M_{yy}$  von  $3,6 \cdot 10^{-16} \text{ Nm}$ . Damit ist der Fehler verschwindend gering.

### 1.2.5 Pleuel

Die Pleuelmasse hat einen großen Einfluss auf die Trägheitskräfte aus oszillierenden Massen. Es wird von ausgegangen, dass der vorliegende Twin-Motor für normale Anwendungen wie ein Notstromaggregat genutzt wird. Deshalb wird für die Berechnung der Masseneigenschaften des Pleuels von einem Stahlguss mit einer Dichte von  $7,2 \text{ kg/m}^3$  ausgegangen:

- „Pleuel werden in Stahl geschmiedet oder gegossen“ [6, p. 47]
- „Pleuelstangen werden für normale Belastungsfälle in GTS-70 gegossen“ [5, p. 237]

Der Abstand der Pleuelaugen wird mit  $l = 150 \text{ mm}$  festgesetzt. Es läuft mit einem exzentrischen Versatz von  $e = 45 \text{ mm}$  zur Rotationsachse der Kurbelwelle. Damit ergibt sich ein Pleuelstangenverhältnis von

$$\lambda_s = \frac{e}{l} = \frac{45 \text{ mm}}{150 \text{ mm}} = 0,3$$

Moderne Motoren weisen ein Pleuelstangenverhältnis kleiner 0,3 auf [8, p. 182].

Die Masse des Pleuels wird durch Simpack® mit 0,396kg errechnet.

### 1.2.6 Kolben

Da der Kolben den größten Volumen-Anteil an translatorisch geführten Massen im Kurbeltrieb einnimmt, wird dieser in der Regel als Aluminium-Legierung [3, p. 106; 110; 118; 1118] [9, p. 25; 60; 63] ausgeführt. Aluminium-Legierung weisen neben der geringen Dichte von circa  $2750 \text{ kg/m}^3$  außerdem eine hervorragende Wärmeleitfähigkeit auf.

Der Kolben wird mit einem Durchmesser von 80mm über einem generischen Zylinder in Simpack® modelliert. Mit einer Höhe von 40mm weist er allerdings ein verhältnismäßig hohes Gewicht von 0,547kg auf. Kolben sind komplexe Bauteile mit einer dünnen Wandung und einem Steg zur Aufnahme des Kolbenbolzens. Um das Gewicht ein wenig realistischer zu gestalten, wird der Kolben vereinfacht als Ring mit einer Wandstärke von 15mm ausgeführt. Da der Kolben im Kurbelgehäuse nur eine translatorische Bewegung ausführt ist der sich verändernde Trägheitstensor nicht von Bewandnis.

Das reduzierte Gewicht des Kolbens beträgt nun 0,333kg.

Möchte man die realen Masseneigenschaften des Twin-Motors in Simpack® abbilden sei auf das Vorgehen in Kapitel 1.2.3 verwiesen. Realen komplexen CAD-Modellen können die Masseneigenschaften entzogen und auf die Massenpunkte in Simpack® übertragen werden.

### 1.2.7 Motorlagerung

Im bereits erwähnten Beispiel der Notstromaggregate werden die Motorlager in Form von auf der Unterseite des Motors verschraubten Silentblöcken mit im dynamischen Betrieb vorteilhafter Teile ausgeführt. Hier soll von der Anwendung abgewichen und die Lagerung ähnlich eines quer-verbauten PKW-Motors ausgeführt werden (siehe Abbildung 1-6).

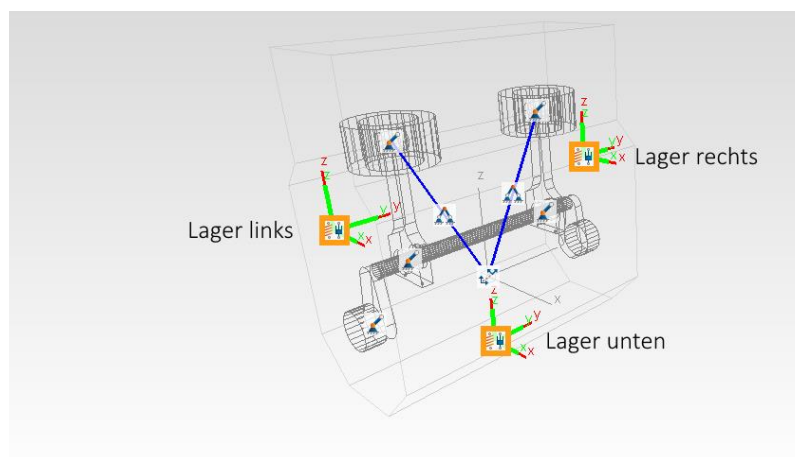


Abbildung 1-6: Lagerung des Twin-Motors

Als Teil der Aufgabenstellung soll die Lagerung grob auf eine Eigenfrequenz von 12Hz dimensioniert werden. Die 3 Motorlager werden jeweils als paralleles Feder-Dämpfer-Modell in 3 Raumrichtungen konfiguriert. Ihnen wird keine Torsionssteifigkeit oder Dämpfung zugewiesen. Durch das Zusammenspiel der 3 Motorlager sind sie jedoch in der Lage Momente aufzunehmen und so allen 6 Freiheitsgraden Widerstand zu leisten.

Der gesamte Motor kann als Einmassenschwinger angenommen werden. Dessen ungedämpfte Eigenfrequenz, die unwesentlich von der tatsächlichen Eigenfrequenz abweicht, errechnet sich zu:

$$\omega_{eig} = \sqrt{\frac{c_{res}}{m}} \quad [10, \text{p. 305}]$$

Da die gewünschte Eigenfrequenz aus der Aufgabenstellung mit 12Hz bekannt ist, kann nach der erforderlichen Federsteifigkeit umgestellt werden:

$$c_{res} = m \cdot \omega_{eig}^2$$

Durch die Parallelschaltung von 3 Lagern addieren sich die Federsteifigkeiten  $c$  zu  $c_{res} = 3c$  auf. Die Masse des gesamten Motors ergibt sich aus den in Kapitel 1.2.3 bis 1.2.6 erwähnten Massen.





$$m = m_{Kurbelgehäuse} + m_{Kurbelwelle} + 2 \cdot (m_{Pleuel} + m_{Kolben})$$
$$\Rightarrow m = 38,2kg + 1,09kg + 2 \cdot (0,396kg + 0,333kg) = 40,748kg$$

$$c = \frac{m \cdot \omega_{eig}^2}{3} = \frac{40,748kg \cdot \left(12Hz \cdot \frac{2 \cdot \pi}{Hz}\right)^2}{3} = 77216 \frac{N}{m}$$
$$c_{gewählt} = 78164 \frac{N}{m}$$

Der Dämpfungsgrad soll laut Aufgabenstellung mit  $D \approx 0,07$  ausgelegt werden und lässt sich wie folgt ermitteln:

$$D = \frac{d_{res}}{2 \cdot \sqrt{c_{res} \cdot m}} \quad [11, p. 280]$$

Durch die Parallelschaltung der 3 Motorlager addieren sich auch die Dämpfungskonstanten  $d$  zu  $d_{res} = 3d$ , sodass nach der Dämpferkonstante aufgelöst werden kann:

$$d = \frac{D \cdot 2 \cdot \sqrt{3 \cdot c_{gewählt} \cdot m}}{3}$$
$$\Rightarrow d = \frac{0,07 \cdot 2 \cdot \sqrt{3 \cdot 78164 \frac{N}{m} \cdot 40,748kg}}{3} = 144,25 \frac{Ns}{m}$$
$$d_{gewählt} = 144 \frac{Ns}{m}$$

Jedem der 3 Lager werden die Federsteifigkeiten und Dämpferkonstanten in alle 3 Raumrichtungen zugewiesen.





## 2 Simulation des Motorhochlaufs

In diesem Kapitel soll der Motor über die Winkelgeschwindigkeit der Kurbelwelle von  $0$  bis  $7000 \text{min}^{-1}$  simuliert werden. Anhand der Solverergebnisse soll eine Analyse der Lagerkräfte und der Schwingungen des Motorblocks erfolgen. Die höchst-auftretende Frequenz im System wird die Reaktion auf die maximale Kurbelwellendrehzahl von  $116,7 \text{Hz}$  sein. Auftretende Unwucht und Trägheitseffekte werden direkt von ihr abhängig sein. Aus diesem Grund wird die Simulation mit dem 10-fachen der Frequenz gefahren, um andernfalls auftretende Phasenauslöschungen und ähnliches nicht fehlzuinterpretieren [12, p. 33].

$$f_{\text{Solver}} = 10 \cdot f_{\text{max}} = \text{runden} \left( 10 \cdot \frac{7000 \text{U} \cdot \text{min}}{\text{min} \cdot 60 \text{s}}; 0 \right) = 1167 \text{Hz}$$

Zunächst soll eine einfache Simulation eines Einmassenschwingers in Matlab erfolgen, um mit einer Erwartungshaltung an die Messergebnisse zu gehen und das Simpack®-Simulationsmodell zu verifizieren.

### 2.1 Vorüberlegungen Einmassenschwinger

Der gelagerte Twin-Motor kann als Einmassenschwinger abgebildet werden, dessen Masse sich aus den Einzelmassen des Zylinderkurbelgehäuses, der Kurbelwelle und der Masse beider Pleuel und Kolben zusammensetzt:

$$m = m_{\text{Kurbelgehäuse}} + m_{\text{Kurbelwelle}} + 2 \cdot (m_{\text{Pleuel}} + m_{\text{Kolben}}) = 40,748 \text{kg}$$

Die 3 parallelen Motorlager können in ein Lager zur Beschreibung der z-Koordinate zusammengefasst werden:

$$c = 3 \cdot c_{\text{gewählt}} = 234492 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$d = 3 \cdot d_{\text{gewählt}} = 432 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Damit lässt sich der homogene Teil des Einmassenschwingers aufstellen [6, p. 477]:

$$z_h = m \cdot \ddot{z} + d \cdot \dot{z} + c \cdot z$$

Der homogene Teil stellt das System des gelagerten Motors dar, der auf entsprechende Anregungen antwortet. Die Anregungen, die auf dem Motor wirken sind unterschiedlich und können alle gleichzeitig an ihm wirken. Der Motor wird zunächst durch sein eigenes Gewicht angeregt. Das heißt ohne eine Angabe einer Statischen Ruhelage in die Startbedingungen der Simulation, sackt dieser erst einmal in die nachgiebige Lagerung und pendelt sich in einen stationären Zustand ein. Der partikuläre Teil der statischen Ruhelage ist die Gewichtskraft des Motors [13, p. 9]:

$$z_{p, \text{ statische Ruhelage}} = m \cdot g$$

Außerdem wirken Unwuchtkräfte durch die Rotation der Kurbelwelle und des Pleuels. In Kapitel 1.2.4 wurde der exzentrische Schwerpunkt der Kurbelwelle bereits entfernt. Es wurde argumentiert, dass Kurbelwellen ausgewuchtet sind. In der Praxis weisen Kurbelwellen einen zusätzlichen Massenausgleich für einen Teil der Pleule auf. Diese bewegen sich schließlich auf einer exzentrischen Bahn.



An dieser Stelle verschwimmt die klare Abgrenzung zwischen einer reinen Unwucht, die aus Exzentrizität multipliziert mit Unwuchtmasse beschrieben werden kann. Für die Modellbetrachtung in Matlab soll die Hälfte des Pleuelgewichtes in die Unwuchtrechnung an der Gleitlagerstelle der Pleuelwelle angenommen werden [14, p. 156f.]. Dass diese Annahme hinkt, da sich die Exzentrizität über den Pleuelwinkel ändern würde, soll insofern nicht kritisch sein, da lediglich der Quantitative Einfluss einer Unwucht auf die Schwingungsantwort untersucht werden soll. Die Unwuchtkraft wird mit 2 multipliziert, da im Twin-Motor 2 in Phase oszillierende Pleuel verbaut sind. Die in der Literatur angegebene Formel [15, p. 156] wird dahingehend weiter modifiziert, dass  $\cos(\omega \cdot t)$  durch  $\cos(\varphi)$  ersetzt wird. Eine Implementierung in Matlab mit einem Clockparameter  $t$  hätte erfordert die doppelte Drehzahl einzuprogrammieren. Da das unsauber erscheint, ist der Entschluss gefasst worden, dass der Term die umlaufende Unwuchtkraft lediglich auf eine Koordinate transformiert, weswegen der Cosinus des Winkels zu einem eindeutigeren Ergebnis führt. Die Phase der Krafttransformation ist korrekt.

$$z_{p, \text{ Unwucht}} = 2 \cdot m_u \cdot e \cdot \omega^2 \cdot \cos(\varphi)$$

$$\text{mit } \omega = \left\{ \frac{0}{\text{min}}; \dots; \frac{7000}{\text{min}} \right\} = \left\{ 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \dots; 733 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right\}$$

$$\text{mit } m_u = m_{\text{pleuel, rot}} = \frac{m_{\text{pleuel}}}{2}$$

$$\text{mit } e = 0,045\text{m}$$

Der letzte partikuläre Anteil für die Betrachtung des Motorhochlaufs entsteht aus der Trägheitskraftanregung des Pleuels und Teile der Pleule. Die Gleichung zur Errechnung der Beschleunigung der Massen in z kann direkt aus der Literatur entnommen werden. Da zwei in Phase laufende Zylinder verbaut sind, wird die Gleichung mit 2 multipliziert. Der oszillierenden Ersatzpleuelmasse wird die andere Hälfte der Pleuelmasse zugewiesen [14, p. 156];  $e$  bezeichnet den Pleuelradius.

$$z_{p, \text{ Kraft}} = 2 \cdot (m_{\text{Kolben}} + m_{\text{osz}}) \cdot l \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\varphi) + \lambda_s \cdot \cos(2\varphi))$$

$$m_{\text{osz}} = \frac{m_{\text{pleuel}}}{2}$$

$$\text{mit } e = 0,045\text{m}$$

Die verschiedenen Anregungsarten rufen unterschiedliche Schwingungs-Antworten über die Frequenz hervor. Diese sollen über ein Matlab-Modell überprüft werden um mit Ihnen auf Suche in den Simpack®-Simulationsergebnissen zu gehen.

$$z_h = \begin{cases} z_{p, \text{ statische Ruhelage}} \\ z_{p, \text{ Unwucht}} \\ z_{p, \text{ Kraft}} \\ \sum z_{p,i} \end{cases}$$

Nachfolgende Auflistung geht als Parametersatz für die Simulation des Einmassenschwingers ein:



Tabelle 3: Parameter des Twin-Motors

Bezeichnung	Formelzeichen	Wert	Quelle
Kurbelgehäusemasse	$m_{Kurbelgehäuse}$	38,2 kg	Kapitel 1.2.3
Kurbelwellenmasse	$m_{Kurbelwelle}$	1,09 kg	Kapitel 1.2.4
Pleuelmasse	$m_{Pleuel}$	0,396 kg	Kapitel 1.2.5
Kolbenmasse	$m_{Kolben}$	0,333 kg	Kapitel 1.2.6
Federkonstante eines Motorlagers in z	$c_{gewählt}$	78164 $\frac{N}{m}$	Kapitel 1.2.7
Dämpferkonstante eines Motorlagers in z	$d_{gewählt}$	144 $\frac{Ns}{m}$	Kapitel 1.2.7
Erdbeschleunigung	$g$	9,81 $\frac{m}{s^2}$	
Kurbelradius Exzentrizität Ersatzpleuelunwucht	$e$	0,045 m	Kapitel 1.2.5
Masse Ersatzpleuelunwucht	$m_u$	$m_{Pleuel}/2$ kg	
Masse Ersatzpleuelträgheit	$m_{osz}$	$m_{Pleuel}/2$ kg	
Pleuelstangenverhältnis	$\lambda_s$	0,3	Kapitel 1.2.5

Das Modell (siehe Abbildung 2-1) beinhaltet eine Drehzahlrampe, die in einer Steigung von 1Hz pro Sekunde entsprechend  $2\pi$  rad die Drehzahl  $\omega$  der Kurbelwelle hochfährt. Dadurch kann bei Diagrammen auf der x-Achse die Zeit und die Frequenz gleichgesetzt werden. Die Anregungen sind einzeln schaltbar, um sie einzeln untersuchen zu können.

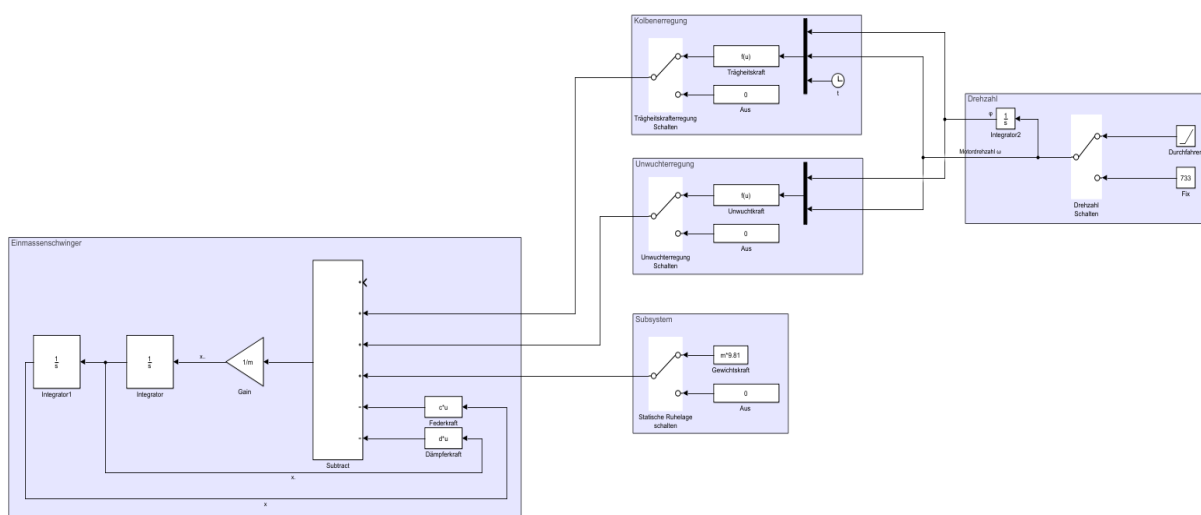


Abbildung 2-1: Matlab-Modell zur Simulation eines Einmassenschwingers

### 2.1.1 Antwort des Einmassenschwingers auf die Gewichtskraft

Bei der Anregung mit der eigenen Gewichtskraft ist zu erkennen, dass der Einmassenschwinger mit einem konstantem logarithmischem Dekrement auf eine statische Ruhelage ausschwingt. Dies erfolgt recht schnell in einem Zeitraum von etwa einer Sekunde.

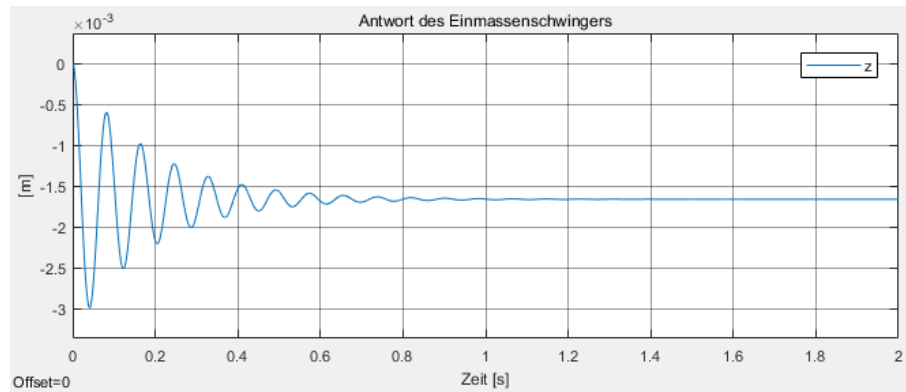


Abbildung 2-2: Antwort des Einmassenschwingers auf die Gewichtskraft

Diese Form der Anregung führt nur mit unmittelbarem Beginn der Simulation zu einem Effekt und hat im folgenden Verlauf keinen dynamischen Einfluss auf die frequenzabhängigen Antworten. Lediglich der statische Einfluss der Ruhelage als negativer Offset von der ursprünglichen Bauteilpositionierung stellt sich ein (siehe stabilisierendes Niveau der blauen Kurve bei  $z \approx -1,65$  mm in Abbildung 2-2).

### 2.1.2 Antwort des Einmassenschwingers auf die Unwuchterregung

Die Form der Kraft aus der Unwuchterregung gestaltet sich in diesem vereinfachten Modell als ideal sinusförmig (siehe Abbildung 2-3). Die Amplitude des Signals steigt durch die quadratische Abhängigkeit von der Erregerfrequenz nichtlinear.

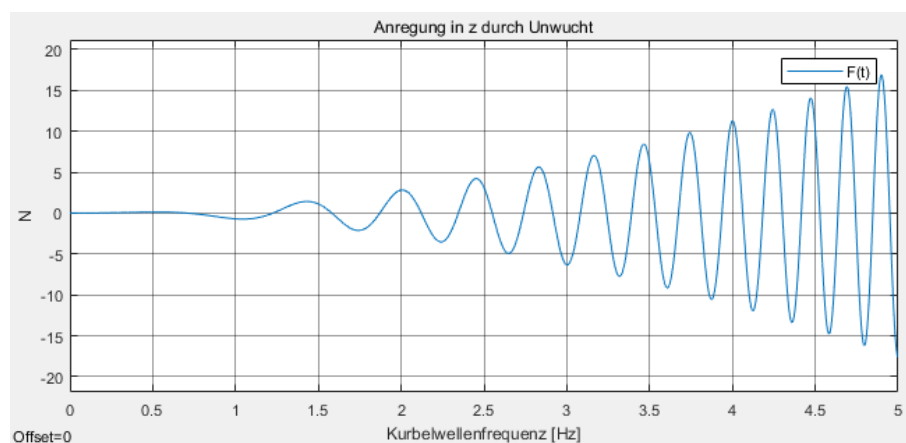


Abbildung 2-3: Form der Unwuchterregung bei steigender Erregerfrequenz

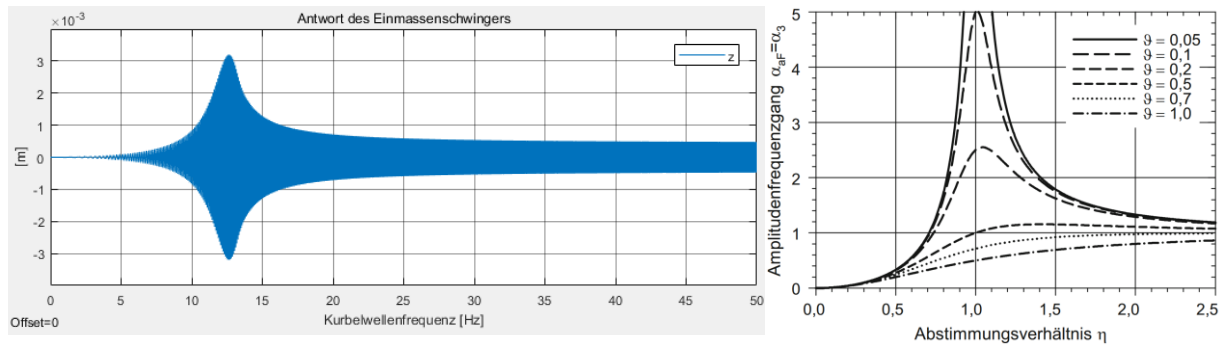


Abbildung 2-4: Antwort des Einmassenschwingers auf Unwucht-Erregung und Vergrößerungsfunktion V3

Die Simulation beweist die Darstellungen der Vergrößerungsfunktion 3 unwuchterregter Einmassenschwinger [16, p. 61]. Die Eigenfrequenz liegt knapp über 12 Hz. Da die Unwuchtkraft sich erst mit der Drehzahl aufbauen muss (siehe Abbildung 2-3) startet die Antwort des Systems bei Frequenzen unterhalb der Eigenfrequenz mit Amplituden um 0. Mit steigenden Frequenzen über der Eigenfrequenz läuft die Systemschwingung gegen einen asymptotischen Grenzwert und sukzessive größer werdende Anregungskräfte (siehe Abbildung 2-3) werden durch das System „geschluckt“.

### 2.1.3 Antwort des Einmassenschwingers auf die Krafterregung

Die Form der Kraft aus der Unwuchterregung gestaltet sich analog zu den Darstellungen aus der Literatur [14, p. 152]. Die Periode ist wie auch die Unwuchterregung des Kurbeltriebs direkt von der Erregerfrequenz abhängig; beide Signale liegen in Phase (siehe Abbildung 2-3). Die Amplitude des Signals steigt durch die quadratische Abhängigkeit von der Erregerfrequenz nichtlinear.

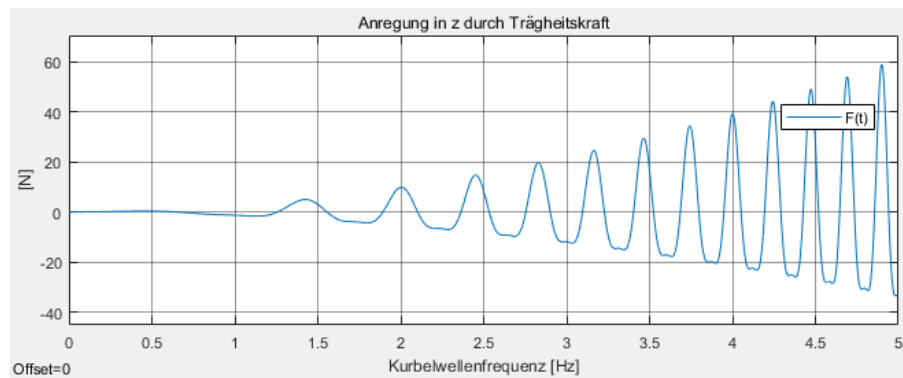


Abbildung 2-5: Form der Krafterregung bei steigender Erregerfrequenz

Die Antwort des Systems auf die Erregung durch die Trägheitskraft des Kolbens weicht auf den ersten Blick von der zugehörigen Vergrößerungsfunktion ab (siehe Abbildung 2-6). Dass die beiden Funktionen jedoch sehr wohl zusammenhängen wird ersichtlich, wenn man die Form der Krafterregung (siehe Abbildung 2-5) mit in die Betrachtung einbezieht.

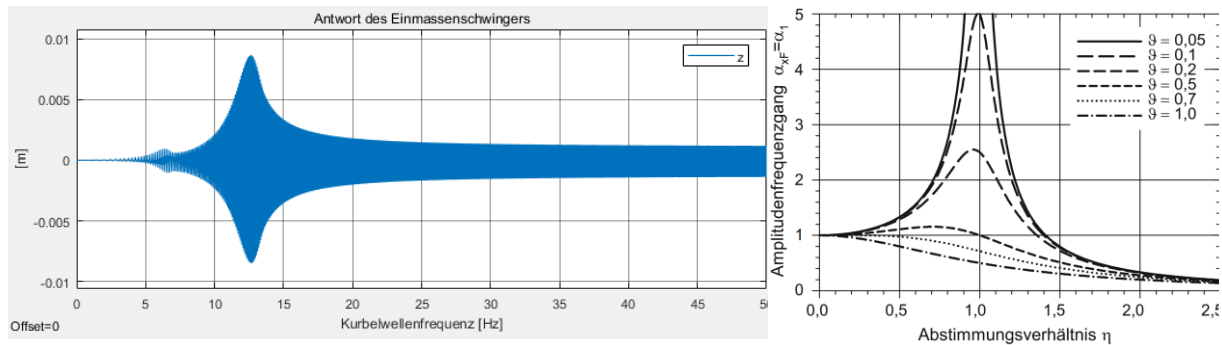


Abbildung 2-6: Antwort des Einmassenschwingers auf Trägheitskraft-Erregung und Vergrößerungsfunktion V1

Die Vergrößerungsfunktion V1 [16, p. 61] bezieht sich auf eine konstante Kraftanregung, die durch einen linearen Sweep der Frequenz moduliert wird. Im unterkritischen Bereich (siehe Abbildung 2-6 linksseitig [17, p. 46] von  $\eta=1$ ) wird die Kraft in Anregungs-Frequenzen gegen 0 unverändert in den Einmassenschwinger eingeleitet (siehe Abbildung 2-6 y-Achse Wert 1 bei x gegen 0). In diesem Frequenzbereich sind jedoch die auftretenden Massenträgheitskräfte des Kurbeltriebs sehr gering.

Im Bereich von 5 Hz bis 7 Hz (siehe Abbildung 2-6 links) ist ein Resonanz-Verhalten zu entdecken, dass auf die erste harmonische Obertonwelle der mathematischen Funktion der Anregung zurückzuführen ist (siehe  $\cos(2\varphi)$  in Kapitel 2.1 Gleichung:  $z_p, \text{ Kraft}$ ). Wenn die Trägerwelle eine Eigenfrequenz bei ungefähr 12 Hz hat, hat die erste harmonische ihre Eigenfrequenz bei ungefähr 6 Hz.

Im überkritischen Bereich [17, p. 46] wirkt die Vergrößerungsfunktion für unseren Fall mit einem Dämpfungsgrad von  $D = 0,07$  ab  $\eta \approx \sqrt[3]{2}$  asymptotisch abschwächend auf die Amplitude des Eingangssignals. Die Amplitude des Eingangssignals (siehe Abbildung 2-5) steigert sich zwar kontinuierlich mit der Frequenz, doch in der Wechselwirkung mit der asymptotischen Verstärkungsfunktion scheint sich ein Gleichgewichtszustand einzustellen.

### 2.1.4 Kombinierte Antwort auf alle Erregungen

Die Kombination aller Anregungen führt zu der Erkenntnis, dass trotz einer unpraktisch hohen Unwucht durch fehlenden Massenausgleich an der generischen Kurbelwelle (siehe Kapitel 1.2.4), die dominierende Komponente die Trägheitskraft des Kurbeltriebs ist (siehe Abbildung 2-6 links).

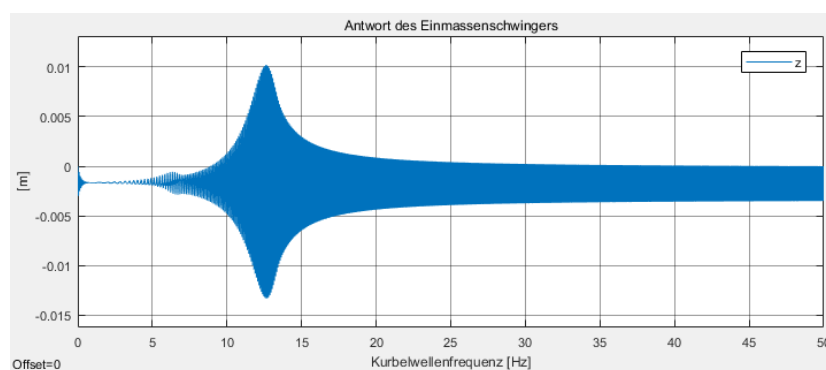


Abbildung 2-7: Antwort des Einmassenschwingers im Motorhochlauf

Der Einfluss der statischen Ruhelage hat ein negatives Offset um den Schwingungsmittelpunkt eingestellt.

## 2.2 Twin-Motor in Simpack®

Mit den Erkenntnissen aus der Simulation des Einmassenschwingers in Simulink® können die Ergebnisse des Simpack®-Modells auf Plausibilität hin geprüft und ausgewertet werden. Der Motor sollte in Richtung der Kurbelwellenachse keine translatorischen Bewegungen ausführen, da keine Trägheitskraft-auslösenden Bewegungen in diese Richtung stattfinden. Außerdem ist zu erwarten, dass durch die phasengleiche Kolbenbewegung kein harmonisch-wechselndes Moment aus den z-Aufstandskräften des linken - und rechten Lagers abzuleiten ist. Dies wäre der Fall, wenn die Auf-und-Ab-Bewegung beider Kolben nicht OT-Synchron, sondern um  $180^\circ$  versetzt stattfinden würde. Die z-Auflagerkräfte sollten dem Frequenzgang des Einmassenschwingers (siehe Abbildung 2-7) entsprechen, an dem eine resultierende Ersatzlagerung der 3 Motorlager erfolgt ist. Außerdem ist zu erwarten, dass die umlaufende Unwucht, die durch den Cosinus-Term auf die z-Koordinate projiziert wurde über den Sinusterm (also um  $90^\circ$  phasenversetzt) auf den x-Auflagerkräften wiederzufinden sein wird. Und zwar genauso wie in Abbildung 2-4, da den 3 Motorlagern in allen 3 Raumrichtung die selben Feder- und Dämpfungs-Eigenschaften zugewiesen worden sind.

### 2.2.1 Auswertung der Lagerkräfte

Gemäß der Aufgabenstellung wurde, wie in Kapitel 1.2.7 Motorlagerung beschrieben eine Vorauslegung der Motorlagerung vorgenommen, um eine Eigenfrequenz bei ungefähr 12 Hz zu erhalten.

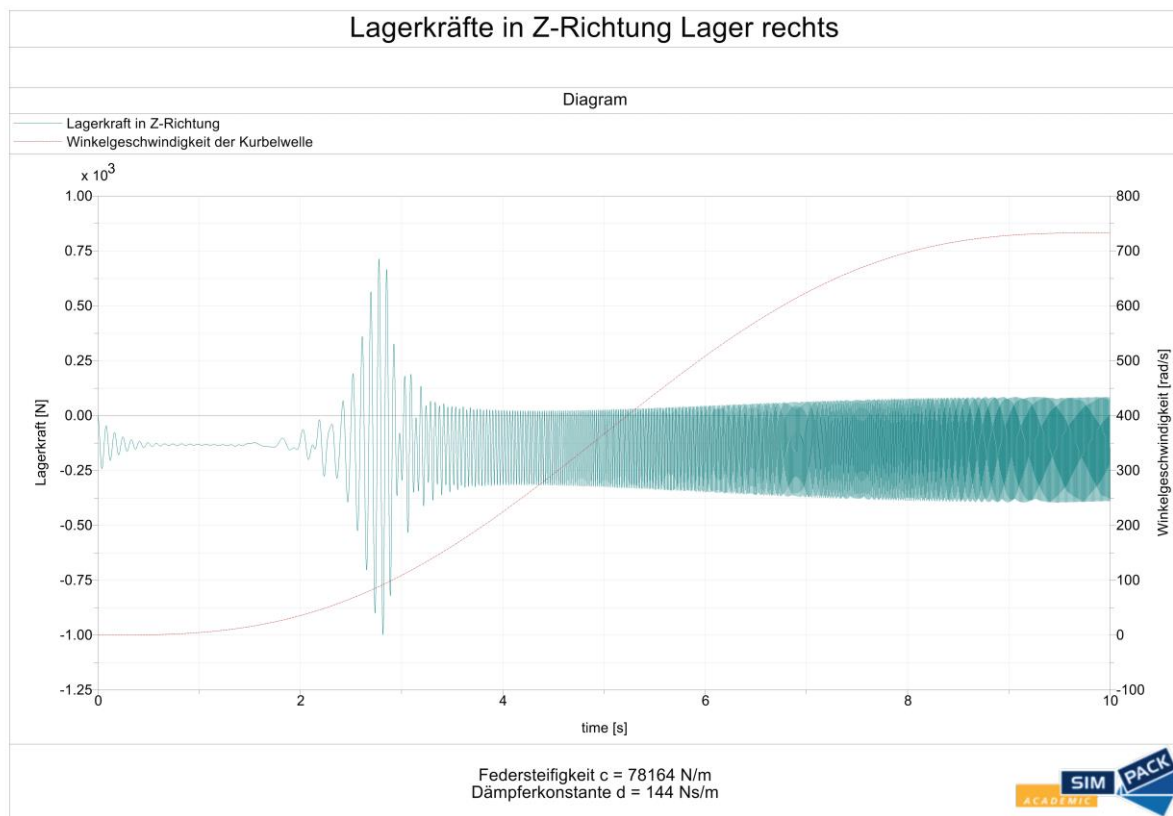


Abbildung 2-8: Lagerkräfte in Z-Richtung

Abbildung 2-8 zeigt die Lagerkraft eines der drei Motorlager, welches an der rechten Seite angebracht ist, in Z-Richtung. Es wird erkenntlich, dass die größte Amplitude ( $710 \text{ N} + 0,125 \text{ N}$  bei  $2,77 \text{ s}$ ) bei einer Motordrehzahl von  $81 \text{ rad/s}$  auftritt, was wiederum einer Drehfrequenz von  $12,9 \text{ Hz}$  entspricht.



Dieses Verhalten lässt sich absolut identisch in den anderen beiden Motorlagern wiederfinden. Deshalb ist das hier dargestellte Motorlager stellvertretend für alle drei verbauten anzusehen. Es ist der Einfluss der statischen Ruhelage zu erkennen, die die Lager nach einem Einschwingvorgang von ungefähr einer halben Sekunde mit einer statischen Kraft belasten. Die Effekte der Kräfte des Kurbeltriebs, die im Matlabmodell (siehe Abbildung 2-7) vorhergesagt wurden, sind im Simulationsergebnis wiederzufinden. Nicht zu erkennen ist der Durchlauf einer Eigenfrequenz bei 6Hz. Dies muss auf einen anderen Ansatz der Berechnung der Trägheiten des Kolbens zurückzuführen sein. Ein Mehrkörperssimulationsmodell sollte zunächst vertrauenswürdiger für die aus den Bewegungen resultierenden Trägheiten sein. Außerdem ist zu erkennen, dass der Amplitudengang im überkritischen Bereich (also nach ungefähr 3 Sekunden) nach einer erwarteten Abnahme (siehe asymptotisches Verhalten in Abbildung 2-7) noch einmal ansteigt um dann einer Asymptote entgegenläuft.

Weiterführend sollen die auftretenden Kräfte im gleichen Motorlager in X-Richtung betrachtet werden, um Effekte, die durch eine Unwucht entstehen, darzustellen (siehe Abbildung 2-9). Auch hier wird deutlich, dass die Eigenfrequenz, wie gefordert, bei ungefähr 12 Hz liegt.

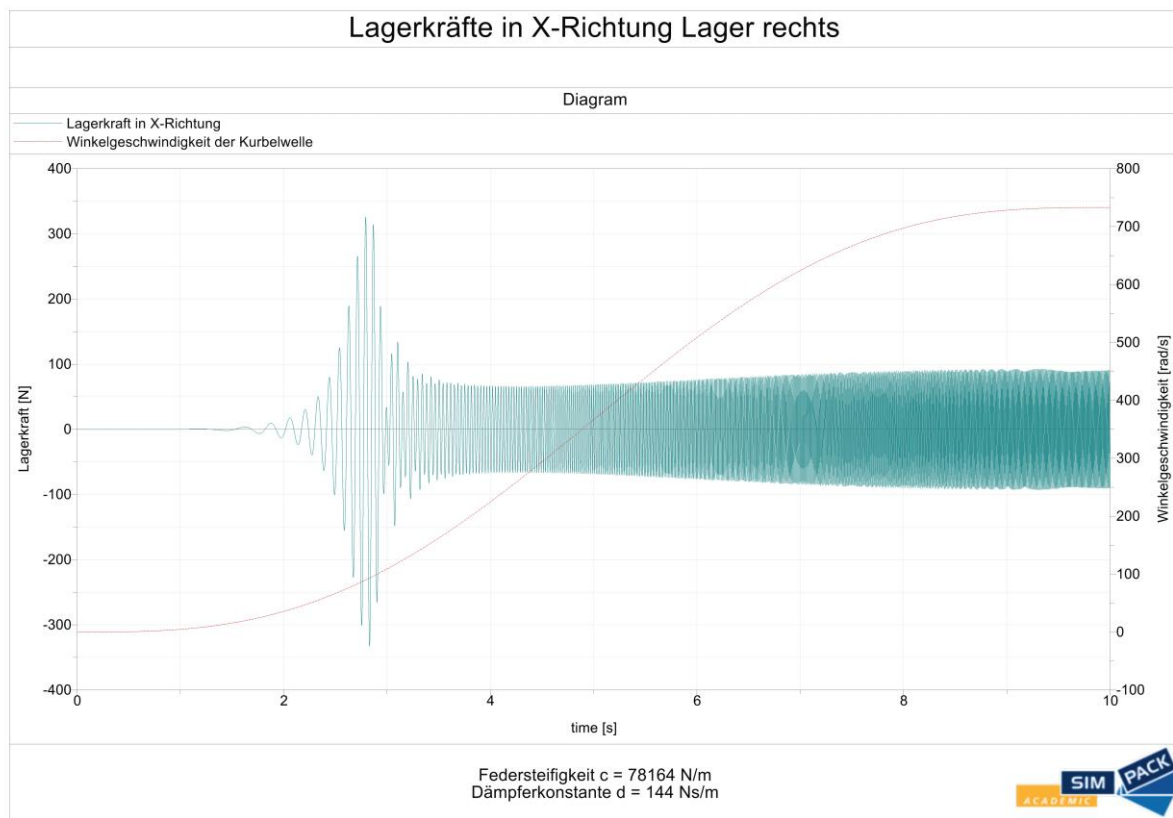


Abbildung 2-9: Lagerkräfte in X-Richtung

Zunächst scheinen die dargestellten Kräfte am Lager identisch zu sein. Jedoch sind die Beträge in x-Richtung betragsmäßig deutlich geringer (Maximum:  $324 \text{ N}$  bei  $2,77 \text{ s}$ ,) als dies in z-Richtung der Fall ist. Dies erscheint auch einleuchtend, treten doch die größten Kräfte durch die oszillierenden Massen auf, welche in Richtung der Z-Achse laufen. Es fehlt erwartungsgemäß der Einfluss der statischen Ruhelage, da in x-Richtung keine Erdbeschleunigung angreift. Es ist zu vermuten, dass der Einfluss des im überkritischen Bereiches noch einmal ansteigenden Amplitudenganges aus beiden Erregungen herrührt.



In Abbildung 2-9 ist eine Steigerung des Amplitudenganges von ungefähr  $65N$  bei  $4s$  auf  $95N$  bei  $10s$  zu erkennen. Vergleicht man die Steigerung in Abbildung 2-8 verändert sich die Amplitude von ungefähr  $140N$  zu  $210N$ . Die maximale Amplitude der unwuchtdominierten x-Lagerkraft ist in etwa halb so groß wie die z-Lagerkraft. Damit korreliert die im überkritischen Bereich vorliegende Amplitudensteigerung mit den Maximalwerten.

Hinweis: Der Umstand der Abweichung von der angezielten Eigenfrequenz von  $12Hz$  hängt mit der gewählten Federsteifigkeit von  $c_{\text{gewählt}} = 78164 \text{ N/m}$  zusammen, die von der errechneten Federsteifigkeit von  $c = 77216 \frac{N}{m}$  abweicht (siehe Kapitel 1.2.7). Da sich der Fehler durch die 3 Motorlager dreifach aufsummiert, kommt es, zusätzlich zum Effekt der Verschiebung der Eigenfrequenz durch die Dämpfung, zu der Abweichung.

## 2.2.2 Auswertung der Schwingungen

In diesem Abschnitt sollen die simulierten Schwingungen, wie sie am Kurbelgehäuse auftreten betrachtet werden, wenn der Motor auf seine Enddrehzahl von  $7000 \text{ min}^{-1}$  gebracht wird (siehe Abbildung 2-10).

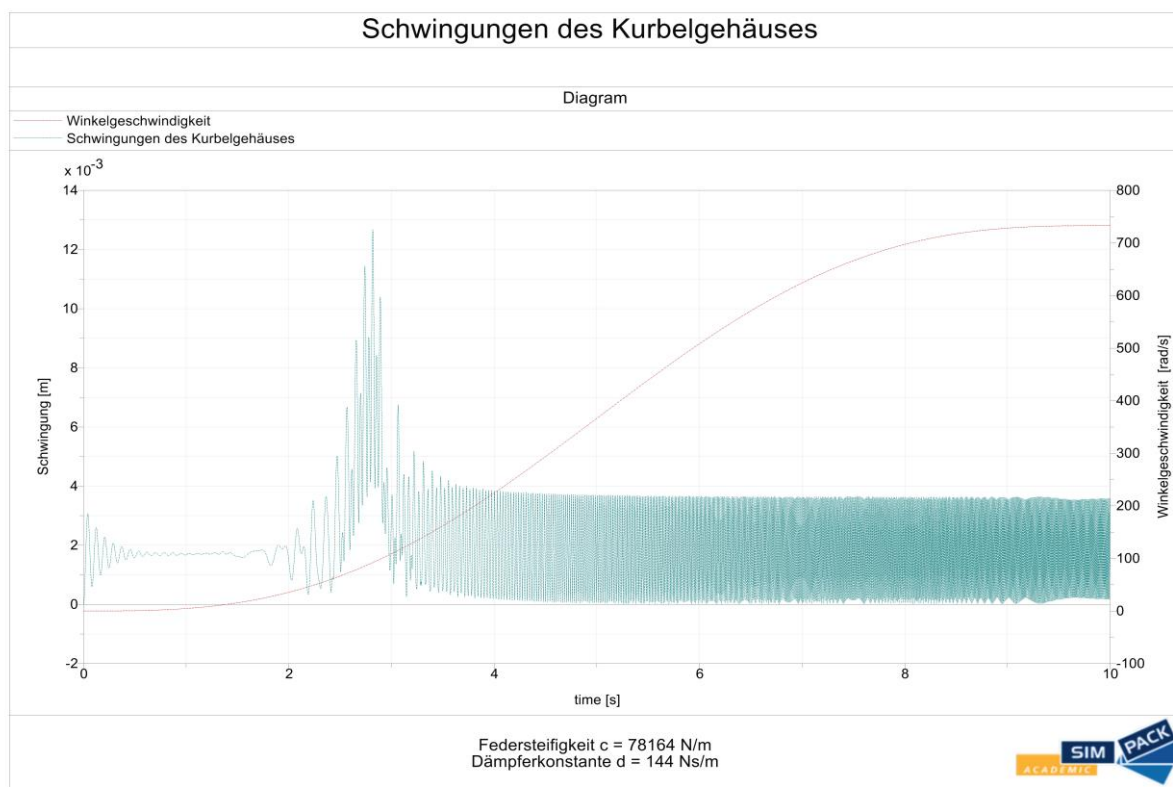


Abbildung 2-10: Schwingungen am Kurbelgehäuse

Ebenso, wie zuvor, lässt sich auch hier die Eigenfrequenz wie gefordert wiederfinden. Die Amplitude ist mit  $0,01m$  (Hinweis:  $0,0126m$  abzüglich statischer Ruhelage) ein plausibler und durchaus erwartbarer Wert. Dadurch dass der Absolutwert (Betrag) der Schwingungsvektoren gebildet wird, spielen 2 Offsetfunktionen in den Ergebnisgraphen hinein. Zum einen moduliert die statische Ruhelage eine Konstante auf.



Zum anderen führt der Einfluss der Unwucht zu der Aufmodulation einer Offsetfunktion, die schwingungsfrei ( $\sqrt{\sin^2 + \cos^2} = 1$ ) einer Verstärkungsfunktion folgen sollte. Auffällig ist das erwartungsmäße ansteuern einer Asymptote im überkritischen Bereich. Es scheint als wäre der Effekt des eigenartigen Amplitudenganges im überkritischen Bereich tatsächlich von der Unwucht abhängig und so herausgefiltert worden. Die Unregelmäßigkeiten im Bereich um 9 bis 10 Sekunden werden auf unplausible Ergebnisse in Richtung der Kurbelwellenachse zurückgeführt, die eventuell mit der Schrittweite zusammenhängen könnten.

## 2.3 Twin-Motor mit halbierten Steifigkeit und Dämpfung

Um dieses Modell bereit zu stellen, wird das zuvor erstellte zunächst unter einem neuen Namen abgespeichert. Anschließend müssen lediglich die Federsteifigkeiten und Dämpferkonstanten der drei Motorlagerungen halbiert werden. Es ist darauf zu achten, dass dies für alle drei Lagerungen in allen drei Raumachsen, sowohl für die Federsteifigkeit als auch für die Dämpferkonstante angepasst wird (siehe Abbildung 2-11).

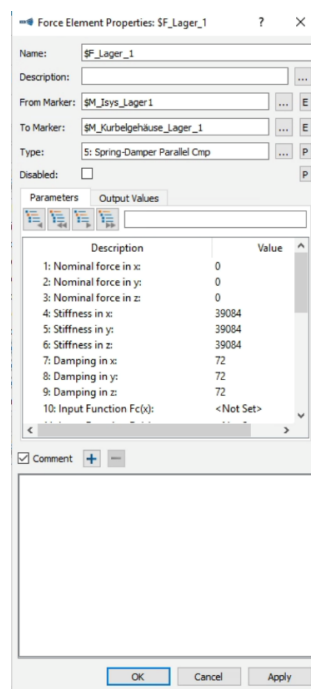


Abbildung 2-11: Eigenschaften der Feder-/Dämpfersysteme

### 2.3.1 Auswertung der Lagerkräfte

Im Folgenden sollen die gleichen Lagerkräfte und Schwingungen betrachtet werden, allerdings wie oben beschrieben, mit halbiert Federsteifigkeit und Dämpferkonstante.

Im direkten Vergleich sehen sich die Amplituden der Lagerkräfte zunächst sehr ähnlich. Allerdings fällt sie, wie in Abbildung 2-12 ersichtlich betragsmäßig mit  $323\text{ N} + 130\text{ N}$  deutlich geringer aus. Auch die Frequenz der, bei der die größte Amplitude auftritt hat sich mit  $65\text{ rad/s}$ , also auf etwa  $10\text{ Hz}$  etwas nach unten korrigiert.

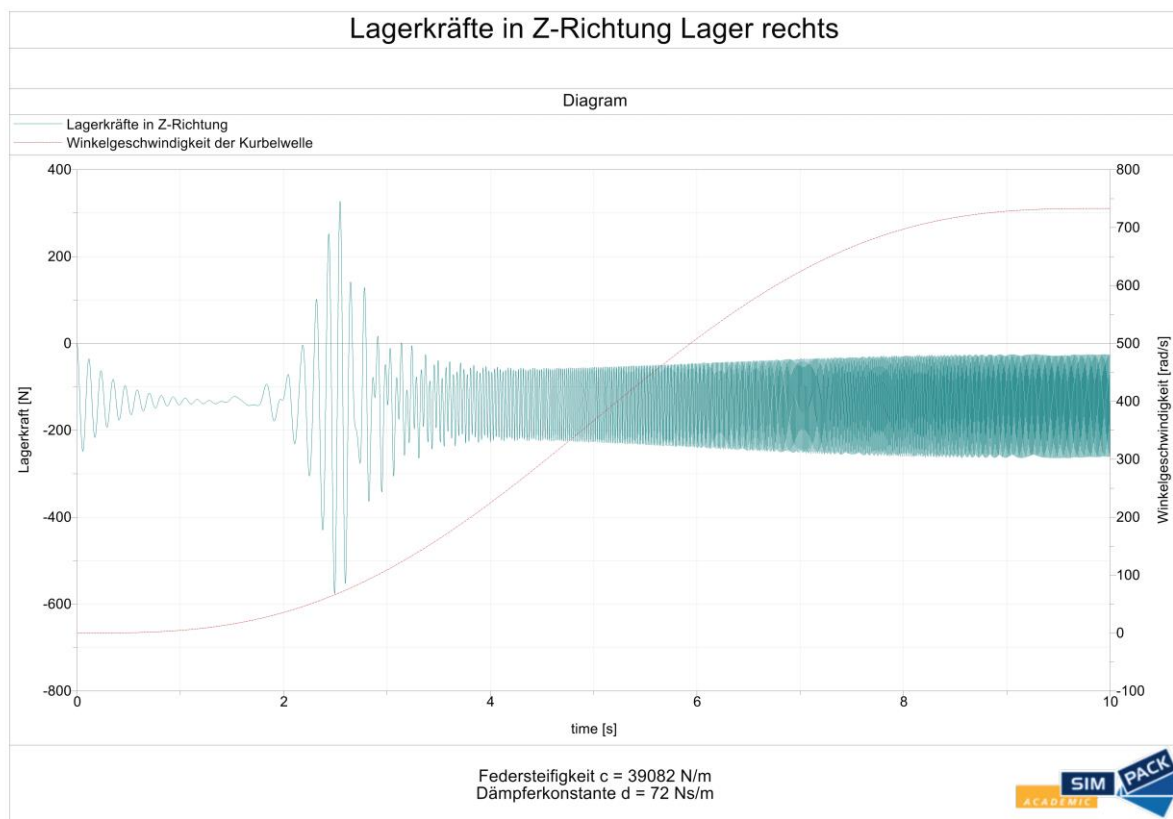


Abbildung 2-12: Lagerkräfte in Z-Richtung mit halbiert Federsteifigkeit/Dämpferkonstante

### 3 Anregung des Modells durch Fahrbahnunebenheiten

In diesem Kapitel soll das Modell so erweitert werden, dass der Motor durch eine Anregung (Straßenunebenheit) aufschwingt. Dieser Vorgang wird als „Stuckern“ bezeichnet. Wie es die Aufgabenstellung bereits deutet, soll das Modell durch eine Fahrzeugbewegung mit verschiedenen Frequenzen angeregt werden. Abschließend wird die Steifigkeit und die Dämpfung so verändert, dass die Schwingungsamplitude nur noch 70 % des voreingestellten Dämpferwertes beträgt.

Zunächst wird das Simulink®-Modell erweitert, um die Einflüsse anhand des Amplitudengangs vorab zu interpretieren. Die Ergebnisse werden als Verifizierungsgrundlage für das Simpack®-Modell genutzt, um eventuelle Fehler in der Topologie auszugleichen.

#### 3.1 Vorüberlegungen

Die Erweiterung des Simulink®-Modells gestaltet sich vergleichsweise einfach: es wird um einen Anregungsblock erweitert (siehe Abbildung 3-1).

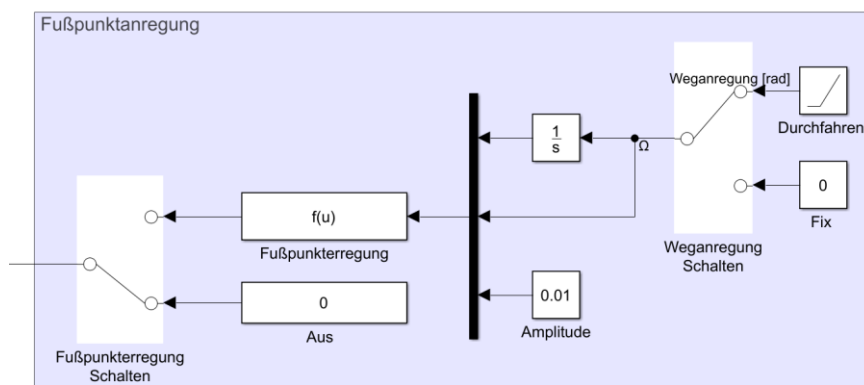


Abbildung 3-1: Erweiterung des Simulink®-Modells um die Fußpunktanregung

Die Gleichung für die Feder-Dämpfer-Fußpunktanregung schließt die Federkonstante und Dämpfungskonstante ein, um über den Weg eine Kraft in das System einzuleiten. Die in der Literatur angegeben Gleichung [18, p. 154] wird dahingehend modifiziert, dass die Terme  $\cos(\omega \cdot t)$  und  $-\sin(\omega \cdot t)$  durch  $\sin(\varphi)$  und  $\cos(\varphi)$  ersetzt werden. Die Zuhilfenahme eines Clock-Blockes für die Variable  $t$  würde erfordern die Winkelgeschwindigkeit mit dem Faktor 2 einfließen zu lassen. Das erscheint unsauber. Die Nutzung des positiven Sinusters an erster Stelle erfordert wegen der Ableitung die Nutzung eines positiven Cosinusters an zweiter Stelle.

$$z_{p, \text{Fußpunkt}} = c \cdot \dot{z} \cdot \sin(\varphi) + d \cdot \dot{z} \cdot \omega \cdot \cos(\varphi)$$

$$\text{mit } \dot{z} = 0,01m$$

### 3.1.1 Antwort des Einmassenschwingers auf die Fußpunkterregung

Der Einmassenschwinger reagiert gemäß der Vergrößerungsfunktion  $V_2$  [16, p. 61]. Das System nimmt die Schwingungen im unterkritischen Bereich um 0Hz ungehemmt auf. Auch hier liegt die Eigenfrequenz ungefähr um 12Hz. Mit Überschreiten der  $\sqrt{2}$ -fachen Eigenfrequenz des Systems nimmt die Amplitude ab und läuft asymptotisch gegen Null.

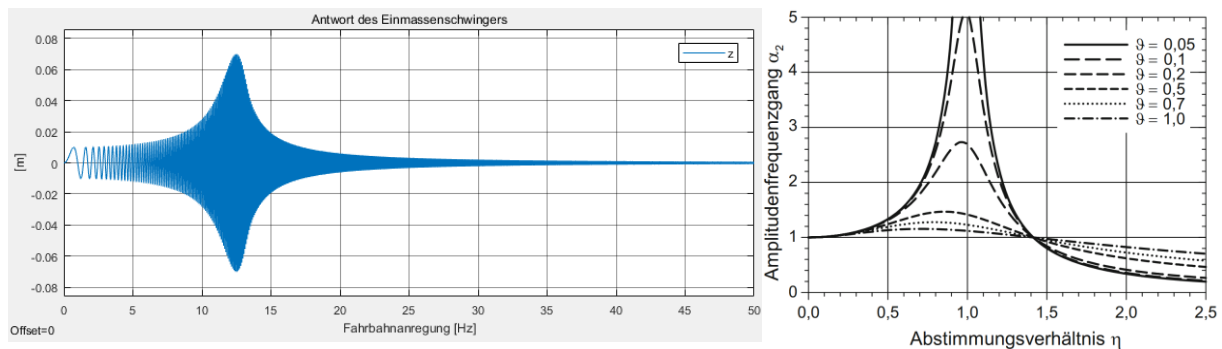


Abbildung 3-2: Antwort des Einmassenschwingers auf Fußpunkt-Erregung und Vergrößerungsfunktion  $V_2$

### 3.1.2 Kombinierte Antwort aller Anregungen

Für die folgende Simulation wird die statische Ruhelage mit einbezogen. Die Unwucht - und Krafterregung wird auf die maximale Drehzahl von  $7000U/min$  fix gestellt. Die Feder-Dämpfer-Fußpunktanregung läuft eine Rampe von 0 bis 50Hz hoch.

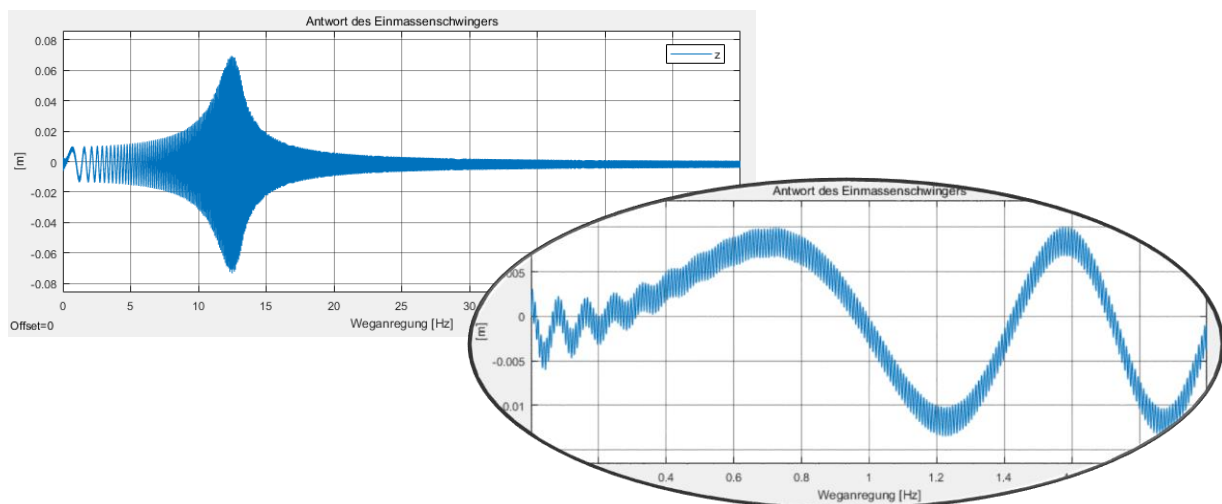


Abbildung 3-3: Antwort bei Fußpunkterregung, statischer Ruhelage und Kurbeltrieb-Drehzahl 7000U/min

Es ist zu erkennen, dass die Weganregung das System dominiert (vergleiche Abbildung 3-3 links und Abbildung 3-2). Es ist ebenfalls zu erkennen, dass die Weganregung als Trägerwelle in Erscheinung tritt. Ihr sind die Reaktionen aus der Unwucht- und Krafterregung mit weit geringerer Amplitude aufmoduliert (siehe Abbildung 3-3 rechts).

### 3.2 Erweiterung der Twin-Motor-Topologie

Um dem Motormodell in Simpack® eine Weganregung einzuverleiben, soll das Modell exemplarisch in eine höhere Ebene - der Karosserie - eingebaut werden. Die Karosserie soll dann mit einer Weganregung versehen werden.

Die bereits erstellte Topologie ist so zu erweitern (Abbildung 1-2), dass ein weiterer Körper hinzukommt. Dieser Körper wird in der erweiterten Topologie als „Karosserie“ bezeichnet. Hierdurch kann die Anregung, die aufgrund der Unebenheiten auf der Straße stattfindet, simuliert werden.

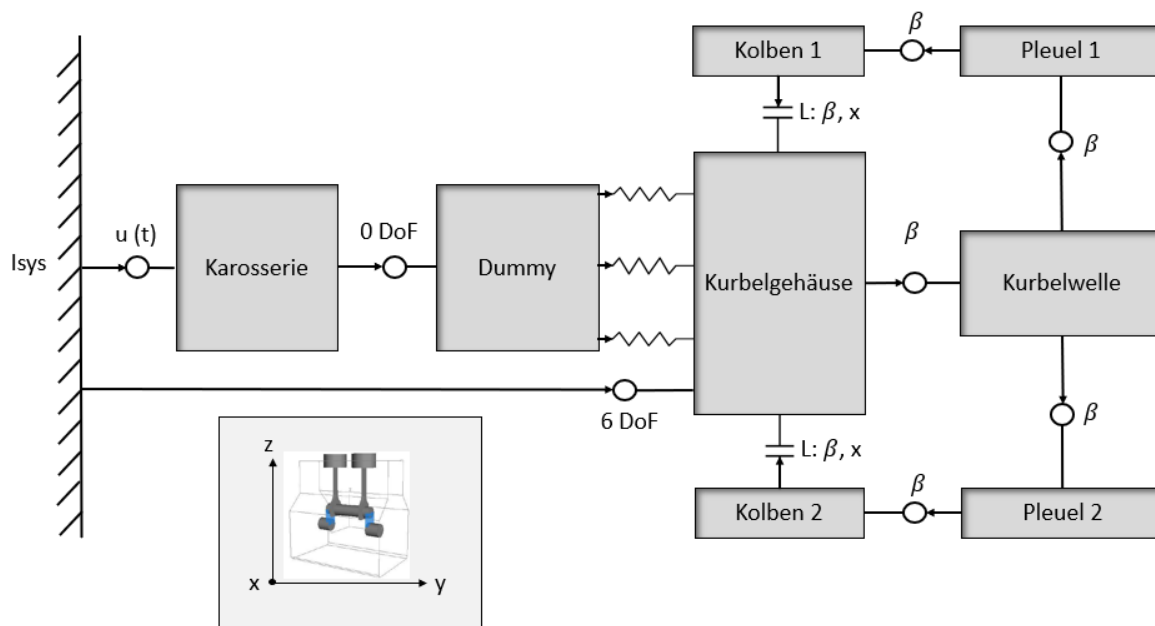


Abbildung 3-4: Erweiterte Topologie mit Anregung durch Straßenunebenheiten

### 3.3 Implementierung in Simpack®

Um dieses Modell zu erstellen, wird zunächst auch wieder das Ursprungsmodell unter einem neuen Namen abgespeichert. Da nun eine Anregung der Karosserie durch Fahrbahnebenheiten umgesetzt werden soll, muss zunächst ein zusätzlicher Body für den Wagenaufbau erstellt werden. Dieser wird ebenfalls entsprechend der Topologie in das Gesamtsystem eingebunden. Die Anregung des Systems erfolgt über eine Excitation, aus welcher wiederum ein Vektor erzeugt wird. Dieser wird als Translation in einer Achse in die Joint-Verbindung der Karosserie eingetragen. In Abbildung 3-5 wird eine Anregung von 0.01m mittels einen Position sweep's konfiguriert. Dieser soll zum Ende der Simulation eine Endfrequenz von 40 Hz durchlaufen. In Abbildung 3-7 dargestellter Plot beginnt nur hier zur besseren Darstellung bereits zum Zeitpunkt  $t=0$ . Der Motor baut in den ersten 10 Sekunden die Drehzahl von  $7000 \text{ min}^{-1}$  auf. Damit die Auswertung des Einflusses durch die Fahrbahnanregung sich nicht mit der transienten Motordrehzahl überlagert und so die Auswertung beeinflusst, wird die Startzeit für die Excitation auf 10 Sekunden gesetzt.

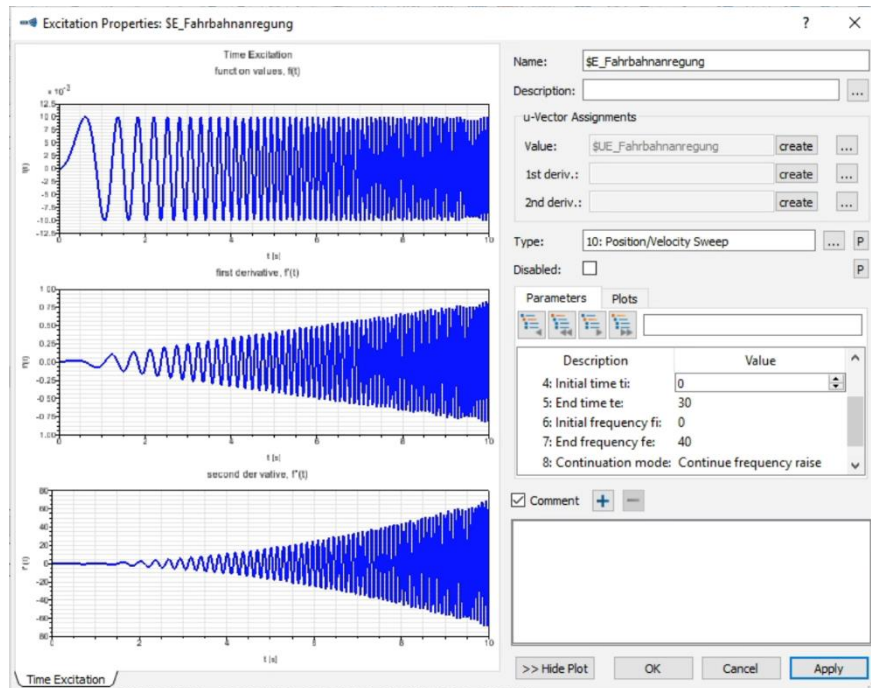


Abbildung 3-5: Konfiguration der Excitation

Somit ist gewährleistet, dass zunächst der Motor auf die vorgegebene Drehzahl gebracht wird und erst dann die Anregung durch die Fahrbahn erfolgt.

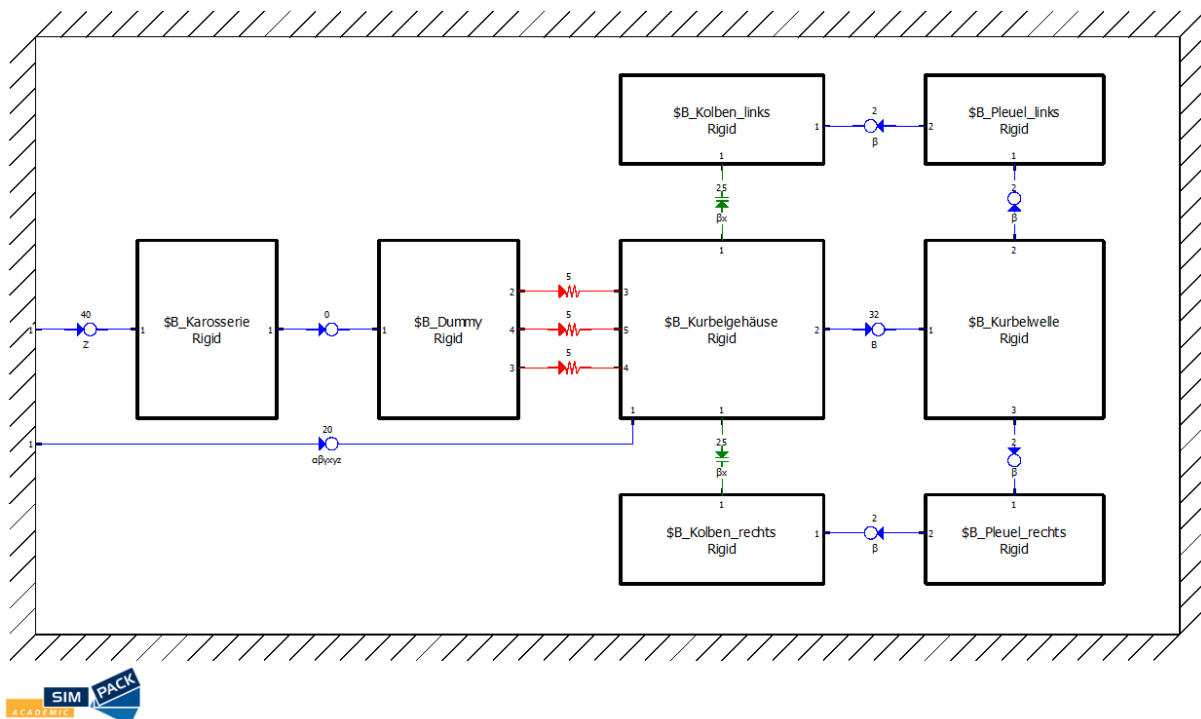


Abbildung 3-6: Erweiterung der Simpack®-Topologie



### 3.4 Anregung durch Fahrbahnunebenheiten

Der Bereich von 0 bis 10s in Abbildung 3-7 wird genutzt um den Motor auf Betriebsdrehzahl 7000U/min hochzufahren. Die Reaktionen des Systems hierzu sind bereits ausführlich in Kapitel 2.2.2 beschrieben worden. Ab 10s wird die Anregung der Karosserie eingeleitet. Die Anregung erfolgt gemäß Aufgabenstellung von 0 Hz linear steigend bis zu einer ausgewählten Frequenz von 40Hz. Die Steigung beträgt 2Hz/s (siehe rote Linie in Abbildung 3-7). Die 40Hz sind eine abgeschätzte Größe bei der angenommen wird, dass ein Fahrzeug mit 70km/h über eine 0,5m lange 10cm hohe Bodenwelle fährt:

$$f = \frac{v}{l_{\text{Bodenwelle}}} = \frac{70 \text{ km/h} \cdot \text{m/s}}{0,5\text{m} \cdot 3,6 \text{ km/h}} \approx 40\text{Hz}$$

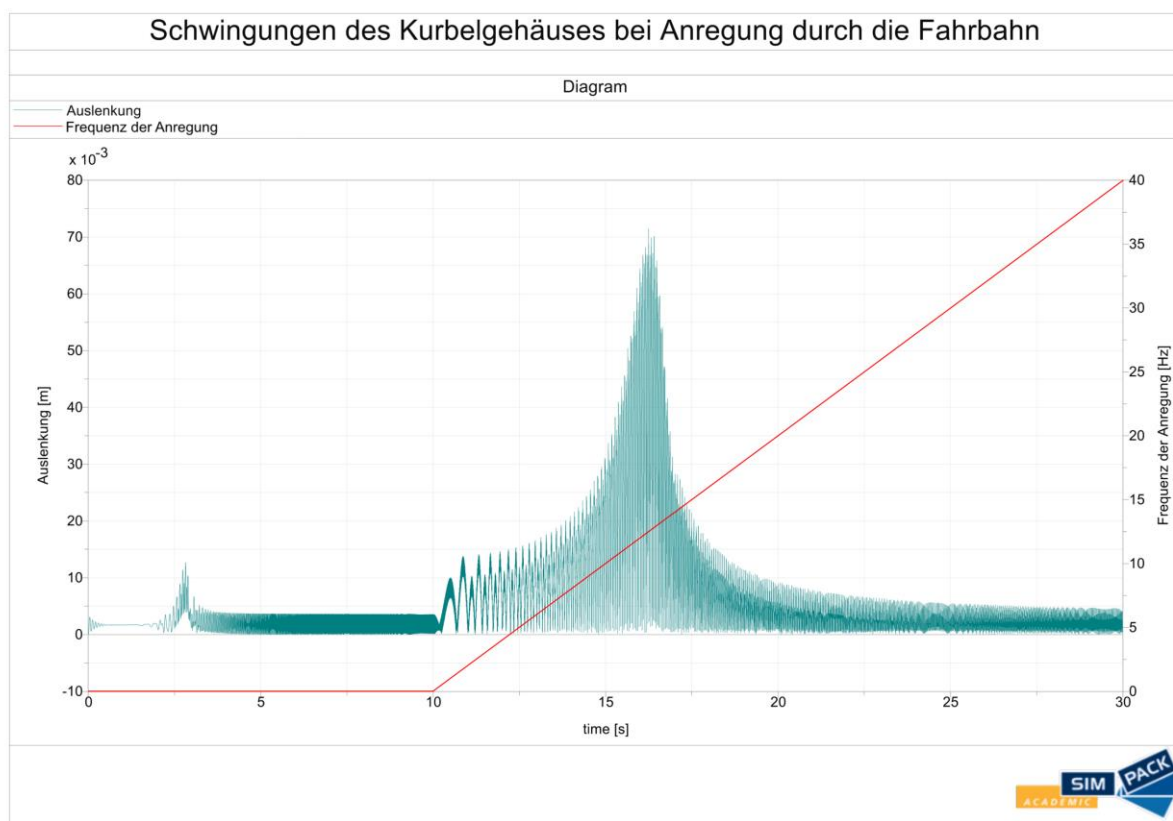


Abbildung 3-7: Schwingungen des Kurbelgehäuses bei Fahrbahnanregung

Wie in Kapitel 3.1.2 bereits erkannt hat die extreme Fahrbahnanregung einen stark dominierenden Character. Während der Motorhochlauf mit einer Spitzenamplitude von 12,5mm abzüglich der Ruhelage ausschlägt, führt die zusätzliche Fahrbahnanregung zu einem Spitzenwert von 0,072m. Dementsprechend ist auch in dieser Simulation die angesprochene Vergrößerungsfunktion V2 (siehe Abbildung 3-2 links) amplitudenangehend. In den letzten 5 Sekunden der Simulation, die dem Anregungsfenster von 30Hz bis 40Hz entsprechen, ist der Einfluss des asymptotischen Wertes der Vergrößerung aus dem Kurbeltrieb zu sehen (siehe Abbildung 2-10).

Bei genauer Begutachtung des Wellenmusters zu Beginn der Weganregung und im überkritischen Abfall der Weganregung, ist zu erkennen, dass der Trägerwelle der Weganregung der asymptotische Wert der Vergrößerung des Kurbeltriebs aufmoduliert ist (vergleiche Abbildung 3-3 rechts).



### 3.5 Anregung durch Fahrbahnunebenheiten mit veränderter Dämpfung

Folgend soll der in Kapitel 3.4 behandelte Aufbau in seinen Federsteifigkeiten und Dämpferkonstanten der Motorlager so angepasst werden, dass die erhaltene Amplitude der Schwingung nur noch 70% der vorher erhaltenen beträgt. Abermals wird das Modell unter einem neuen Namen abgespeichert, um eine Kopie zu erhalten, welche anschließend entsprechend der Problemstellung angepasst wird. Wie schon in Kapitel 2.3 behandelt, werden auch für diese Problematik Anpassungen an der Federsteifigkeit, sowie der Dämpferkonstanten der Lagerung des Motors für alle drei Lager in allen drei Raumachsen vorgenommen.

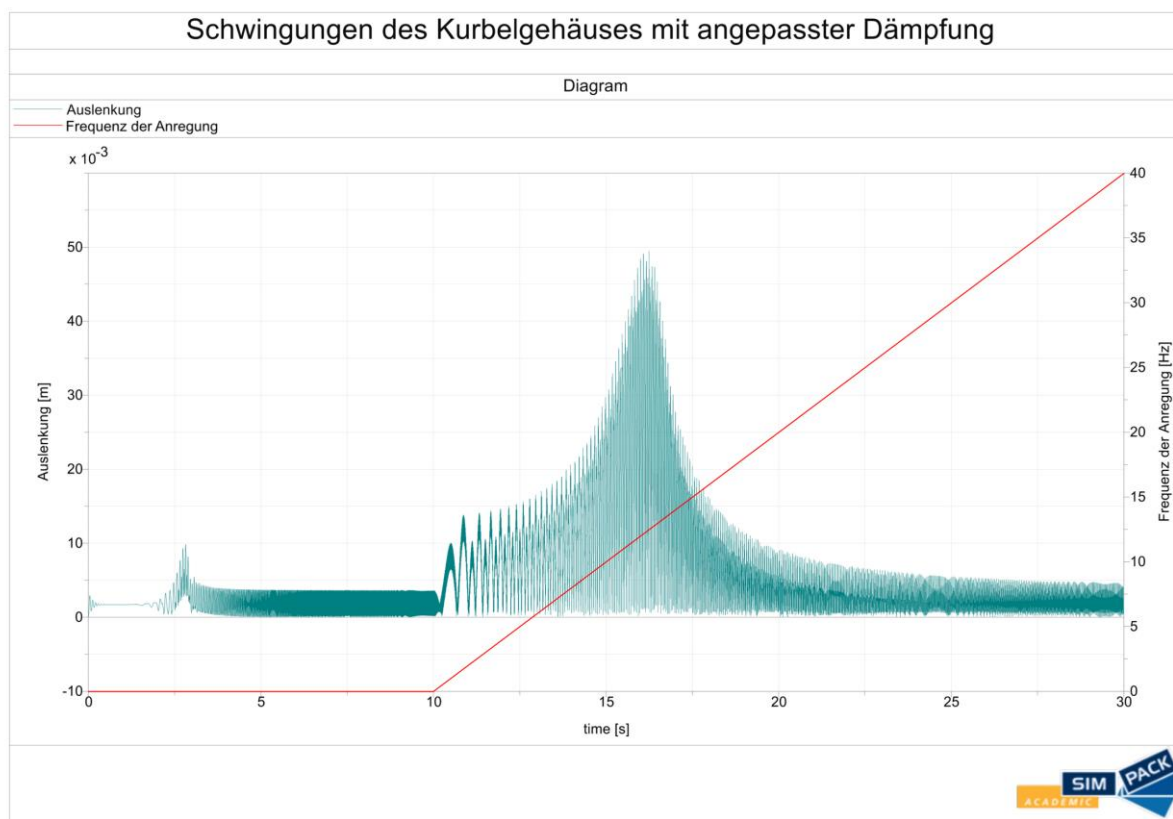


Abbildung 3-8: Schwingungen des Kurbelgehäuses mit angepasster Dämpfung

Die maximale Amplitude konnte auf das 0,7-fache (0,049m) der ursprünglichen Amplitude (0,072m) bei gleicher statischer Ruhelage gesenkt werden. Hierzu wurde lediglich die Dämpfungskonstante mit 220Ns/m statt 144Ns/m je Motorlager angepasst, da sie die Geschwindigkeiten der Einfederbewegungen abbaut. Ein Verändern der Federsteifigkeit führt zu einer Verschiebung der Eigenfrequenz. Je weicher die Feder, bzw. je kleiner die Federsteifigkeit, desto niedriger die Eigenfrequenz.

Die Erhöhung der Dämpferkonstanten der Motorlagerung hat zwar die Reduzierung der Amplitude der Eigenfrequenz des Motors zur Folge, jedoch werden in der Realität bei "härter" ausgeführten Motorlagerungen Vibrationen des Motors an die Karosserie übergeben. Dies wird vom Fahrer durch ein Brummen, oder Dröhnen wahrgenommen und wirkt sich somit negativ auf den Fahrkomfort aus.



## 4 Motormodell mit realistischen Zylinderdruckkurven

Abschließend soll das Modell um eine Cosimulation mit Hilfe von Matlab so erweitert werden, dass der Antrieb des Motors über realistische Zylinderdruckkurven erfolgt. Hierzu wird nach erneutem Abspeichern unter neuem Namen, das Driven-Joint der Kurbelwelle durch eins ersetzt, welches die Lagerung der Kurbelwelle realisiert, diese jedoch nicht antreibt. Es muss also lediglich die Rotation um die entsprechende Achse zugelassen werden. Der Zylinderdruck wird in Simpack® durch das Einführen einer der Zylinderachse konzentrischen Kraft an jedem Kolben umgesetzt. Ihnen wird jeweils eine globale Eingangs-Variable zugewiesen, die in einer Cosimulation von Matlab® angesprochen und beschrieben werden kann. Außerdem wird ein Sensor an der Kurbelwelle montiert, der den Drehwinkel erfasst und über eine globale Ausgangs-Variable in die Plattform Simulink® übergeben kann. Entsprechend des Vorlesungsskriptes [20] wird das Simpack®-Modell auf die Cosimulation mit Matlab umgestellt.

Das Modell berücksichtigt die Zylinderdrücke unter der Annahme, es handle sich um einen 4-Takt-Motor, welcher prinzipbedingt 720° Kurbelwellenwinkel für ein Arbeitsspiel benötigt. Weiterhin wird angenommen, der Motor wird mit 360° KW Versatz gezündet. Was in diesem Modell keinerlei Berücksichtigung erfährt, sind jegliche Art von Verlusten. Es wird weder ein Reibverlust, oder Reibdruck abgenommen, noch Pumpverluste oder ähnliches. Dies führt dazu, dass der Motor unrealistisch hohe Drehzahlen in der Simulation erreicht. Um die Zylinderdrücke über dem Kurbelwellenwinkel aufzutragen und auszuwerten, ist ein quasistationärer Zustand zu wählen. Um in diesem Punkt mit der angesprochen hohen Drehzahl ein auswertbares Ergebnis zu erzielen, ist es notwendig, die Outputsteps der Simulation deutlich zu erhöhen.

### 4.1 Erstellung des MATLAB®/Simulink®-Modells zur Cosimulation

Die Plattform Simpack® soll über eine globale Schnittstellen-Variable den Kurbelwinkel in MATLAB®/Simulink® übergeben und als Antwort die beiden Zylinderkräfte über 2 globale Schnittstellen-Variablen empfangen.

#### 4.1.1 Erstellung einer Look-Up-Table in MATLAB®/Simulink®

Die Abbildung nichttrivialer Funktionen kann über eine Look-Up-Table erfolgen [20, p. 288]. Eine solche Tabelle erlaubt das Abbilden der Funktion durch Wertepaare, wobei die fehlenden Werte entweder linear oder durch kubische Splines interpoliert werden können. Um die Funktion zu glätten wird sich an dieser Stelle für die Methode mit kubischen Splines entschieden.

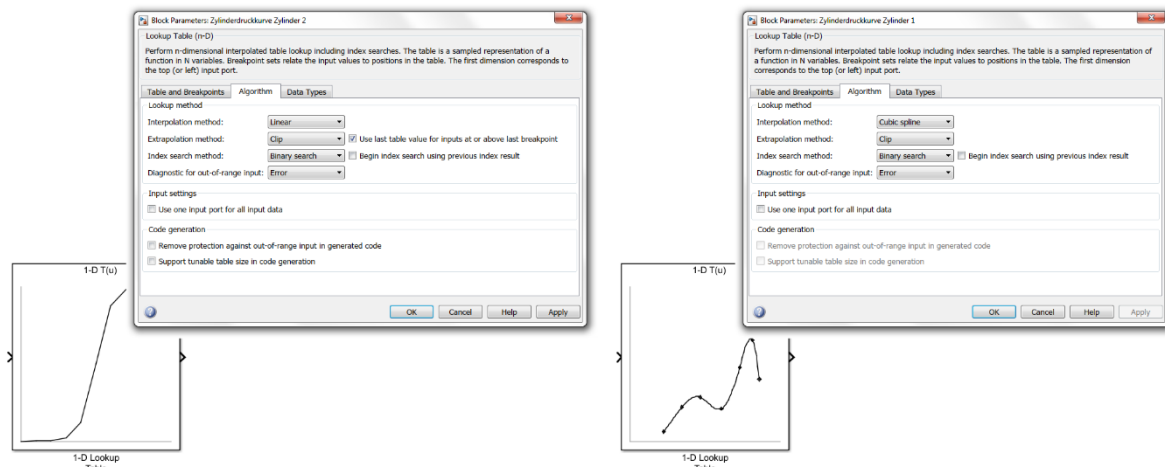


Abbildung 4-1: Konfiguration Look-Up-Table als linear oder kubisch-Spline in MATLAB®/Simulink®

Die Look-Up-Table wird mit der Methode Table (Ausgangswerte) und Breakpoints (Eingangswerte) konfiguriert. Die Methode erwartet 2 Zeilenvektoren, die entweder direkt in die Blockparametrierung eingegeben werden, oder über den Workspace der Plattform MATLAB® aufgerufen werden können. Der Übersicht halber wird sich entschieden die Vektoren in einem \*.m-File abzulegen und aus dem Workspace aufzurufen.

Der in der Aufgabenstellung als Bitmap angegebene Zylinderdruckkurvenverlauf (siehe Abbildung 0-2) muss zunächst händisch gefittet werden. Hierfür eignet sich die Plattform Microsoft Excel hervorragend. Zunächst wird die Kurve im Diagrammbereich aus der Bitmap herausgeschnitten. Sie ist auf einen Wertebereich von 0° bis 720° auf der x-Achse und 0bar bis 55bar auf der y-Achse skaliert.

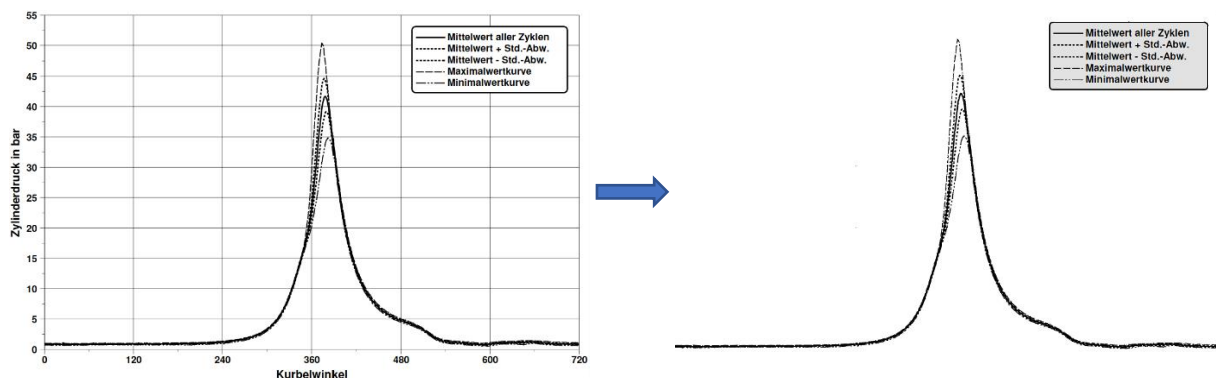


Abbildung 4-2: Freischneidung der Zylinderdruckkurve in einem Graphik-Programm

In einem nächsten Schritt wird eine leere Wertetabelle mit den Spalten Kurbelwinkel [°] und Zylinderdruck [bar] in Microsoft Excel erstellt. Aus der Tabelle wird ein leeres Diagramm erzeugt. Die x-Achse wird auf den Wertebereich 0° bis 720° und die y-Achse auf 0bar bis 55bar festgesetzt. Dadurch ist es möglich das freigeschnittene Bitmap als Hintergrund für die Zeichnungsfläche des Diagramms festzulegen. Anschließend kann das Fitting der Funktion über die Methode Trial and Error erfolgen. Gefittet wurde die Kurve „Mittelwert aller Zyklen“ (siehe durchgehende Linie in Abbildung 4-2 rechts).

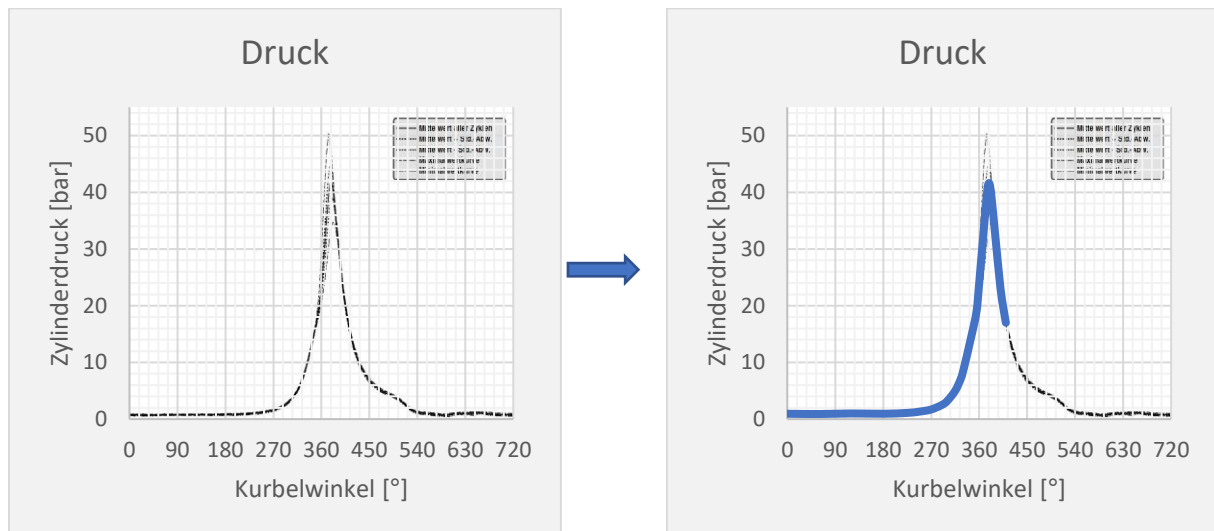


Abbildung 4-3: Freigeschnittene Zylinderdruckkurve als Diagrammhintergrund in Microsoft Excel

Da Simpack den Kurbelwellenwinkel in Bogenmaß ausgibt und Kolbenkräfte, statt ~drücke, für die Simulation benötigt werden die Werte umgerechnet. Nach den Regeln der Technischen Mechanik lässt sich aus dem Zylinderdruck direkt eine Kraft ableiten. Der Kolbendurchmesser  $D_{Kolben}$  ist mit 80mm bekannt (siehe Kapitel 1.2.6).

$$F = \frac{p}{A_{Kolben}} = \frac{4 \cdot p}{\pi \cdot D_{Kolben}}$$

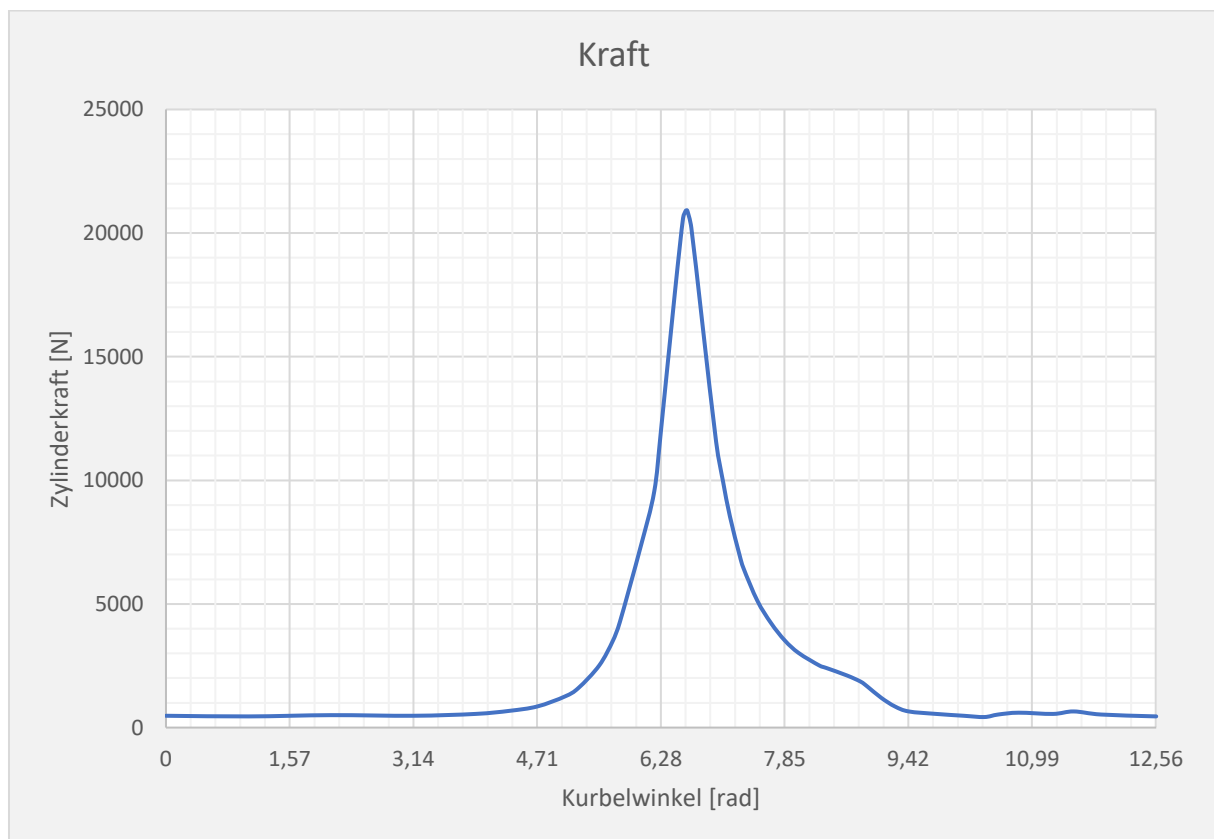


Abbildung 4-4: Ableitung der Zylinderkraftkurve über kubisch-Spline Interpolation in Microsoft Excel



Die nun gewonnene Wertetabelle wird spaltenweise in einen Zeilenvektor transformiert. Hierzu wird die Spalte aus Microsoft Excel in einen Editor kopiert. Zunächst werden die Kommata durch Punkte ersetzt, um der amerikanischen Zahlensyntax zu genügen. Im darauffolgenden Schritt wird die letzte Zeile entfernt und alle Zeilenumbrüche („\r\n“) durch Tabulatoren („\t“) ersetzt. Dann kann die Zeichenfolge in den leeren Matlab-Vektor eingefügt werden.

Nachgebildet wurde die Funktion über 47 Breakpoints (Wertepaare):

Tabelle 4: Wertepaare der Zylinderkraft nach Übertragung in MATLAB®

```
Ausgangswert= [478 452 503 478 553 679 855 1257 1608 2513 3519  
4273 7288 9550 12064 17593 20609 20910 20910 20207  
16336 11561 9953 8545 6987 6434 5127 4222 3519  
3016 2513 2413 2111 1860 1659 1206 855 653 553 478 427  
528 603 553 653 528 452];  
  
Eingangswert= [0 1.047 2.094 3.142 3.927 4.363 4.712 5.061  
5.236 5.498 5.672 5.76 6.021 6.196 6.283 6.458 6.562  
6.597 6.615 6.667 6.807 6.981 7.069 7.156 7.278 7.33  
7.505 7.679 7.854 8.029 8.29 8.378 8.639 8.814 8.901  
9.076 9.25 9.425 9.774 10.123 10.385 10.559 10.821 11.257  
11.519 11.868 12.566];
```

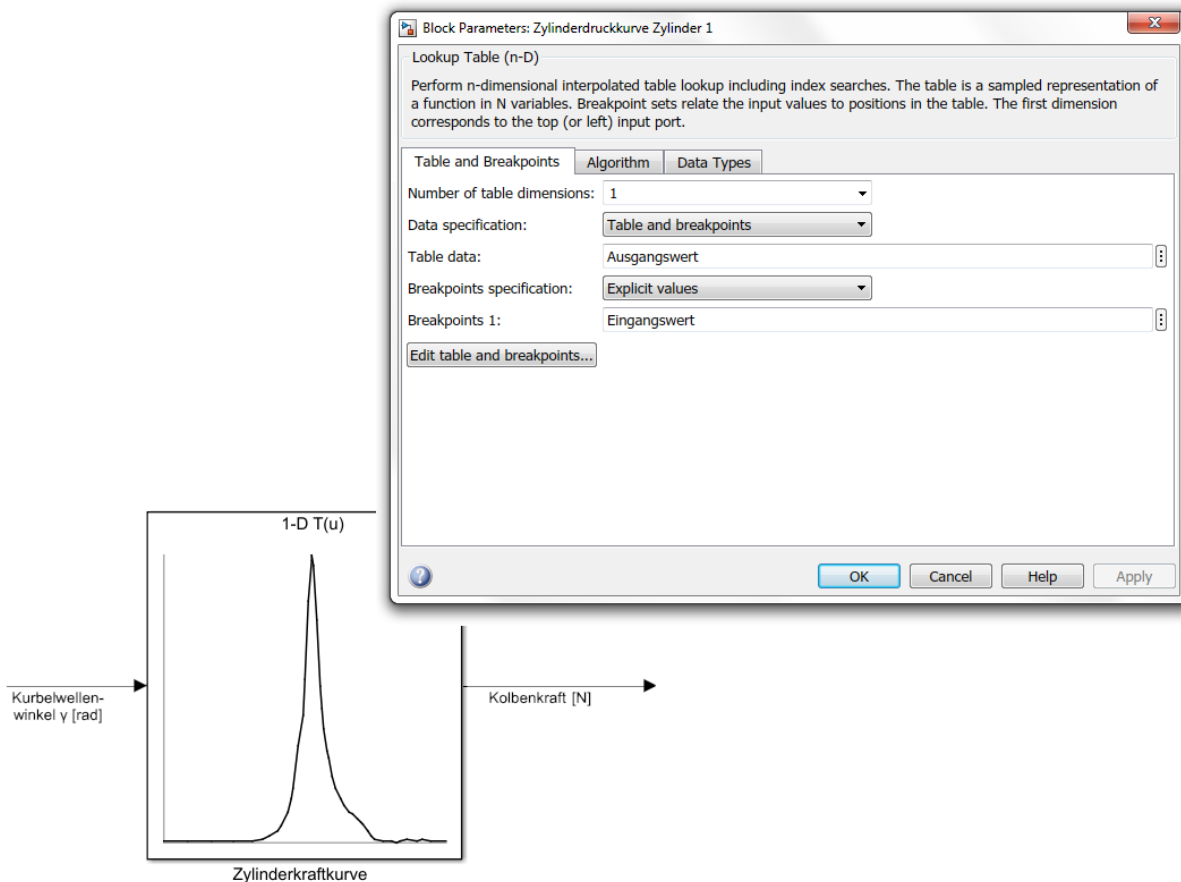


Abbildung 4-5: Zuweisung der Wertepaare in Simulink® (veranschaulicht mit linearer Interpolation)

#### 4.1.2 Abstimmung der Kurbelwinkel-Wertebereiche aus Simpack® und der Look-Up-Table

Ein Test hat ergeben, dass der Kurbelwellenwinkel  $\gamma_{Simpack}$  in Simpack® mit einem Wertebereich von  $\{-\pi; \dots; \pi\}$  ausgegeben wird (siehe Abbildung 4-6 links). Dabei ist der Obere Totpunkt der Zylinder bei 0 rad ausgerichtet. Die Zylinder eines Viertaktverbrennungsmotors verbrennen nur jede zweite Umdrehung, weswegen die modellierte Zylinderkraftkurve von 0 bis  $4\pi$  reicht und kurz nach  $2\pi$  (Oberer Totpunkt) ihren Peak aufweist. Um den Kurbelwellenwinkel aus Simpack® mit dem Wertebereich der Look-Up-Table zu synchronisieren muss dieser wie folgt umgeformt werden:

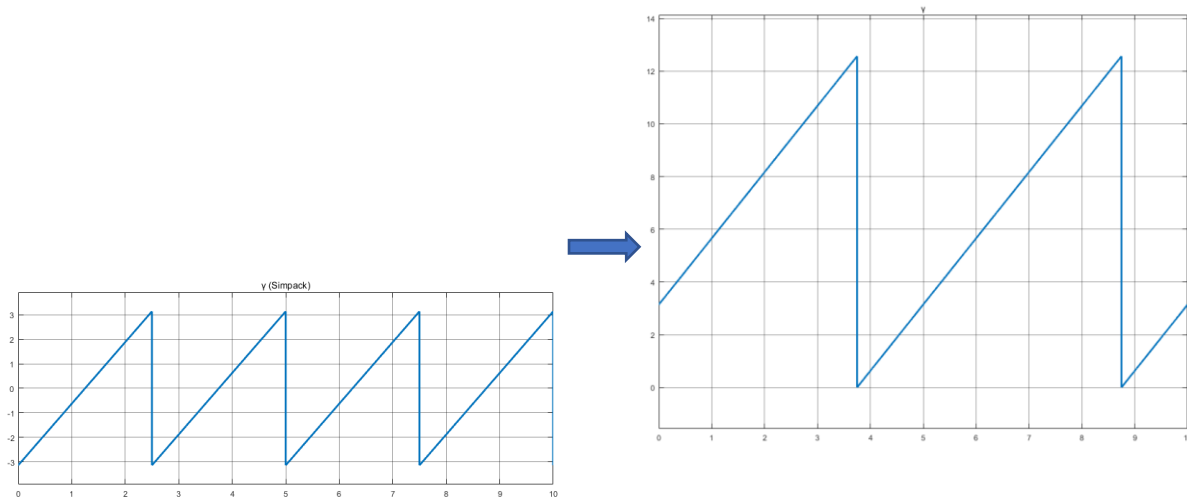


Abbildung 4-6: modellgerechte Transformation (rechts) des Kurbelwinkels aus Simpack® (links)

Hierzu muss zunächst der Kurbelwinkel nach Erreichung des Flankenabfalls (siehe Abbildung 4-6 links) weitergezählt werden. Das heißt die Sägezahnkurve des Kurbelwinkels, die derzeit von  $-\pi$  bis  $\pi$  recht soll von  $-\pi$  bis  $3\pi$  bei gleicher Steigung verlaufen. Dies kann erreicht werden indem jede zweite Periode, bzw. jede 2. Umdrehung, dem Kurbelwinkel  $\gamma$  ein Offset von  $2\pi$  aufaddiert wird (siehe Abbildung 4-9 links: Schaltblock „Offset-Schalter für jede 2. Umdrehung“).

$$\gamma = \begin{cases} \text{mod}(n; 2) = 0 \rightarrow \gamma_{Simpack} \\ \text{mod}(n; 2) = 1 \rightarrow \gamma_{Simpack} + 2\pi \end{cases} = \{-\pi; \dots; 3\pi\}$$

mit  $n = \text{Anzahl Umdrehungen}$

Der Wertebereich der neuen Sägezahnkurve liegt nicht im definierten Wertebereich der Look-Up-Table, der von 0 bis  $4\pi$  reicht. Würde man mit einem Offset von  $\pi$  arbeiten, so wären die Wertebereiche zwar stimmig, aber der OT-Punkt der Look-Up-Table würde nicht mehr mit dem OT-Punkt des Simpack®-Modells in Phase sein.

Die Lösung besteht in der Wertenormierung durch die mathematische Modulo-Funktion (siehe Abbildung 4-9 mittig oben: Schaltblock „Normierung“).

$$\gamma = \begin{cases} \text{mod}(n; 2) = 0 \rightarrow \text{mod}(\gamma_{Simpack}; 4\pi) \\ \text{mod}(n; 2) = 1 \rightarrow \text{mod}(\gamma_{Simpack} + 2\pi; 4\pi) \end{cases} = \{0; \dots; 4\pi\}$$

Die beiden Zylinder des Twinmotors sind um  $360^\circ$  verschoben getaktet, um das Drehmoment der Kurbelwelle zu glätten.

Hierzu muss für den zweiten Zylinder ein Offset von  $2\pi$  aufaddiert werden (siehe Abbildung 4-9 mittig unten: Schaltblock „Normierung unter 360° Phasenversatz“). Durch den nachgeschalteten Einsatz der Modulo-Funktion bleibt der Wertebereich dabei auf 0 bis  $4\pi$  begrenzt

$$\gamma_1 = \begin{cases} \text{mod}(n; 2) = 0 \rightarrow \text{mod}(\gamma_{\text{Simpack}}; 4\pi) \\ \text{mod}(n; 2) = 1 \rightarrow \text{mod}(\gamma_{\text{Simpack}} + 2\pi; 4\pi) \end{cases} = \{0; \dots; 4\pi\}$$

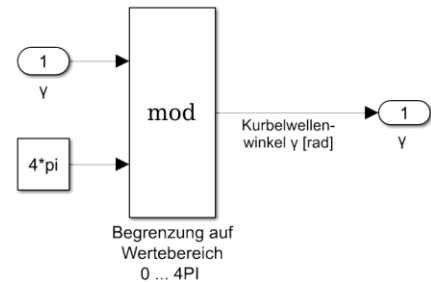


Abbildung 4-7: Subsystem: "Normierung"

$$\gamma_2 = \begin{cases} \text{mod}(n; 2) = 0 \rightarrow \text{mod}(\gamma_{\text{Simpack}} + 2\pi; 4\pi) \\ \text{mod}(n; 2) = 1 \rightarrow \text{mod}(\gamma_{\text{Simpack}} + 4\pi; 4\pi) \end{cases} = \{0; \dots; 4\pi\}$$

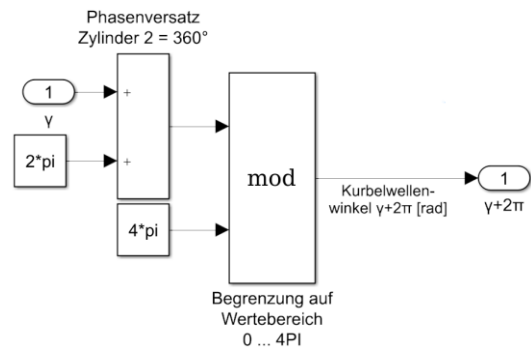


Abbildung 4-8: Subsystem: "Normierung + 360° Phasenversatz"

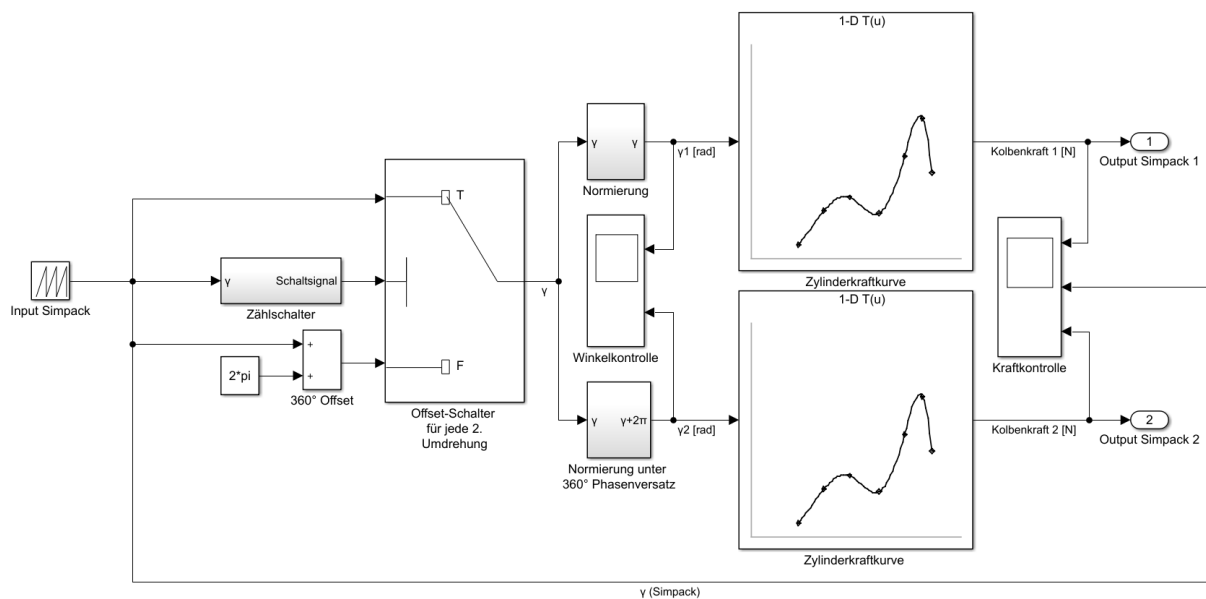


Abbildung 4-9: Modell zur Simulation der Zylinderkräfte in Simulink®





- 3) Die Berechnung der Simulation erfolgt in Zeitfenster (hier in der Cosimulation fester) Schrittweite. Das Abarbeiten des Subsystems „Zählschalter“ erfolgt analog zur Prozedur innerhalb der while-Schleife (siehe Tabelle 5, Zeile 3). In der Prozedur wird eine Abarbeitungsreihenfolge eingehalten.
  - a. Es erfolgt eine Flankenerkennung (siehe Abbildung 4-10 in grau und Tabelle 5, Zeile 16).
  - b. Erst nach erkannter Negativer Flanke in einem Zeitschritt wird der Flip-Flop abgearbeitet (siehe Abbildung 4-10 in hellblau und Tabelle 5, Zeile 21).
  - c. Anschließend wird der J-K Flip-Flop angesprochen (siehe Abbildung 4-10 in cyan und Tabelle 5, Zeile 21).
- 4) Zum Einleiten einer Aktion in der Schaltung wird die Detektion einer fallenden Flanke vorausgesetzt. Eine fallende Flanke wird erkannt, wenn der Kurbelwellenwinkel  $\gamma$  im aktuellen Zeitfenster einen niedrigeren Wert als im vorherigen Zeitfenster aufweist (Gleichung im grauen Block in Abbildung 4-10 und Tabelle 5, Zeile 53).
- 5) Ist eine fallende Flanke erkannt worden, so wird zunächst grundsätzlich der Ausgang Q, bzw. der Merker iZAEHLSCHALTER, des Flip-Flops gesetzt (Tabelle 5, Zeile 26). Dieses Setzverhalten wird als rezessiv beschrieben, weil die nachfolgende Operation den Ausgang Q wieder überschreiben kann. Nachfolgend wird geprüft, ob der Merker iMERKER\_alt, bzw. der Ausgang Q des D-Flip-Flops gesetzt ist (Tabelle 5, Zeile 28). Sollte dem so sein wird der Q-Ausgang und damit der iZAEHLSCHALTER des Flip-Flops zurückgesetzt. An dem Integrierten Schaltkreis passiert das tatsächlich gleichzeitig.

Im Klartext bedeutet das, dass durch den Flip-Flop immer dann ein Offset gesetzt wird, wenn eine negative Flanke erkannt wurde... ..es sei denn bei der letzten erkannten negativen Flanke wurde ein Offset gesetzt.

- 6) Ist der Punkt 5 ausgelöst worden, so werden die Operationen am J-K-Flip-Flop ausgelöst (Tabelle 5, Zeile 35). Der J-K Flip-Flop dient als Merker für den Schaltzustand vom Flip-Flop. Er speichert den Schaltzustand auf dem Merker iMERKER\_alt (siehe Tabelle 5, Zeile 39 und 43). Damit er für den nächstfolgenden Aufruf durch eine negative Flanke am Flip-Flop verfügbar ist.

In der schaltungstechnischen Umsetzung wird das erst durch die Auswahl eines J-K Flip-Flops realisiert. Während ein D-Flip-Flop seinen Q-Wert mit steigender Flanke des Clock-Signals aktualisiert, aktualisiert der J-K Flip-Flop erst mit fallender Flanke des Clock-Signals. Dadurch ist es erst möglich einen endlosen algebraischen Loop in der Software zu unterbinden. Als Clock-Signal dient die fallende Flanke des Kurbelwinkel  $\gamma$  (siehe CLK in Abbildung 4-10). Der Eingangskanal K wird als Negierung vom Eingangskanal J geschaltet.

Die Reaktionen der Flip-Flops über eine relativ grobe Zeitschrittweite können in Abbildung 4-11 nachvollzogen werden. Das Signal Q-Flip-Flop (blaue Kurve) wird als Schaltsignal genutzt.

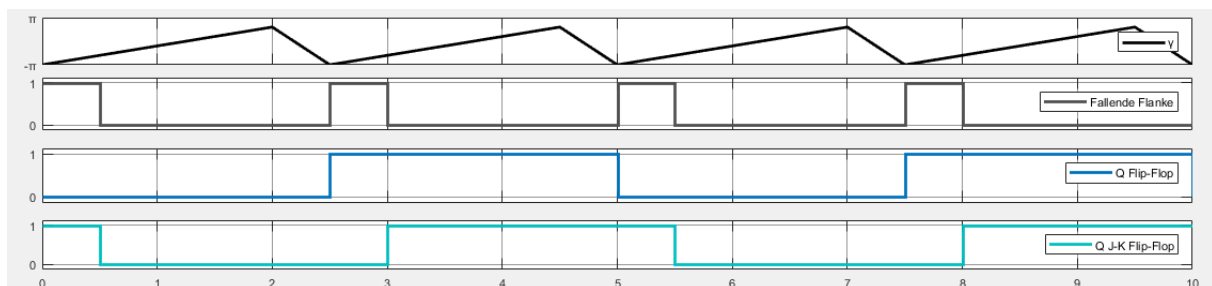


Abbildung 4-11: Schaltzustände der Flip-Flops



Tabelle 5: Prozedur für den Zählschalter in C++-Sourcecode

```
Zeile
1   Input = double;
2
3   while(1)
4   {
5       //Periodische Übergabe des Kurbelwinkels aus Simpack
6       Input = dGAMMA;
7       fZAEHLSCHALTER(Input);
8   }
9
10  function fZAEHLSCHALTER(double dGAMMA)
11  {
12      //Einmalige Initialisierung im ersten Aufruf der Funktion
13      static bool iZAEHLSCHALTER=0; //Startwert Flip-Flop
14      static bool iMERKER_alt=1; //Startwert J-K Flip-Flop
15
16      //Flankendetektion
17      bFLANKE_ERKANNT=fNEGATIVE_FLANKE(double dGAMMA);
18
19
20
21      //Mechanismus am Flipflop
22
23      if(bFLANKE_ERKANNT == TRUE)
24      {
25          //Setzen vor Rücksetzen => Setzen ist rezessiv
26          iZAEHLSCHALTER=1; //Flip-Flop Setzen
27      }
28      if(bFLANKE_ERKANNT == TRUE && iMERKER_alt == 1)
29      {
30          //Rücksetzen nach Setzen => Rücksetzen ist dominant
31          iZAEHLSCHALTER=0; //Flip-Flop Rücksetzen
32      }
33
34
35      //Mechanismus am J-K Flip-Flop
36
37      if(bFLANKE_ERKANNT == TRUE && iZAEHLSCHALTER == 1)
38      {
39          iMERKER_alt=1; //J-K Flip-Flop Setzen
40      }
41      else if(bFLANKE_ERKANNT == TRUE && iZAEHLSCHALTER == 0)
42      {
43          iMERKER_alt=0; //J-K Flip-Flop Rücksetzen
44      }
45
46
47      return iZAEHLSCHALTER;
48  }
49
50  function fNEGATIVE_FLANKE(double dGAMMA)
51  {
52      static double dGAMMA_alt=0; //Startwert Flanke zum Zeitschritt -1
53      if(dGAMMA < dGAMMA_alt)
54      {
```

```
55     return TRUE;
56 }
57 else
58 {
59     return FALSE;
60 }
61 }
```

Abschließend erfolgt ein Test der Implementierung des Subsystems in das Gesamtsystem (siehe Abbildung 4-9). Es wird untersucht, ob die beiden um  $360^\circ$  versetzten Zylinderkraftkurven vollständig abgebildet werden und ob sie mit dem Oberen Totpunkt in der Simpack®-Simulation übereinstimmen. Die Simulation wird mit einer Schrittweite von 0,001s durchgeführt, um eine saubere Ausgabe zu erhalten.

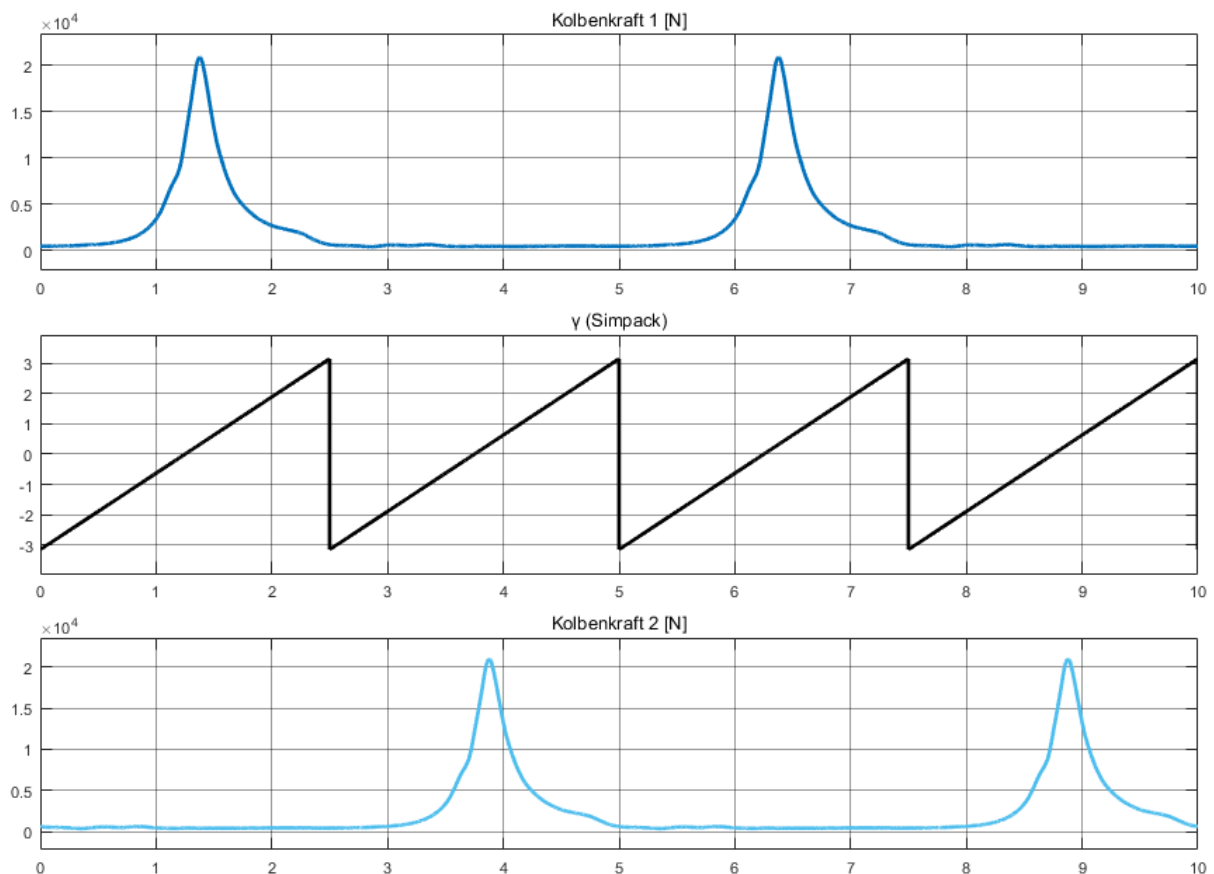


Abbildung 4-12: Simulation der Kolbenkraft in Abhängigkeit des Kurbelwinkels

Der Peak der Kurve der Kolbenkraft 1 fällt einige Grad hinter den ersten Nulldurchgang der  $\gamma$ -Sägezahnkurve und liegt damit synchron zum Oberen Totpunkt in der Simpack®-Simulation. Der Peak der Kurve der Kolbenkraft 2 fällt einige Grad hinter den zweiten Nulldurchgang der  $\gamma$ -Sägezahnkurve und liegt damit ebenfalls synchron.

Abschließend wird betont, dass das Modell und die zur Verfügung gestellte Zylinderdruckkurve (siehe Abbildung 0-2) nur für aufsteigende Winkel (siehe Sägezahnkurve  $\gamma$  in Abbildung 4-12) konzipiert wurde. Ausgaben, die durch eine umgekehrte Drehrichtung erzeugt werden, sind als falsch zu erkennen.

## 4.2 Synchronisierung der Software MATLAB®/Simulink® und Simpack®

Im Folgenden soll die Zusammenführung des Simpack® - und des Matlab® - Modells behandelt werden. Gemäß der Labor-Aufgabenstellung [19] wird das Simulationsmodell nun so angepasst, dass der Antrieb des Motors über die Simulation der Zylinderdrücke erfolgt. Wie Abbildung 4-13 zeigt, wird an der Kurbelwelle ein Sensor zur Drehzahlmittlung eingefügt (1), da dessen Output in das Matlab®-Modell übergeben werden soll. Des Weiteren werden nun zwei Inputs (2) erzeugt, um die durch das Matlab®-Skript erzeugten Zylinderdruckkurven im Zuge der Co-Simulation in das Simpack®-Modell zu überführen. Dieser Input soll als Kraft auf den Kolben wirken. Um dies zu ermöglichen, werden aus den Inputs nun zunächst Vektoren (3) erzeugt. Jetzt ist es möglich, ein Kraftelement für jeden Zylinder zu erstellen. Hier wird der Typ 93 ausgewählt. Anschließend kann der zuvor erstellte Kraftvektor in Richtung der Z-Achse eingefügt werden. Abschließend müssen noch die entsprechenden Marker konfiguriert werden, um die Lage der Kraftelemente zu definieren.

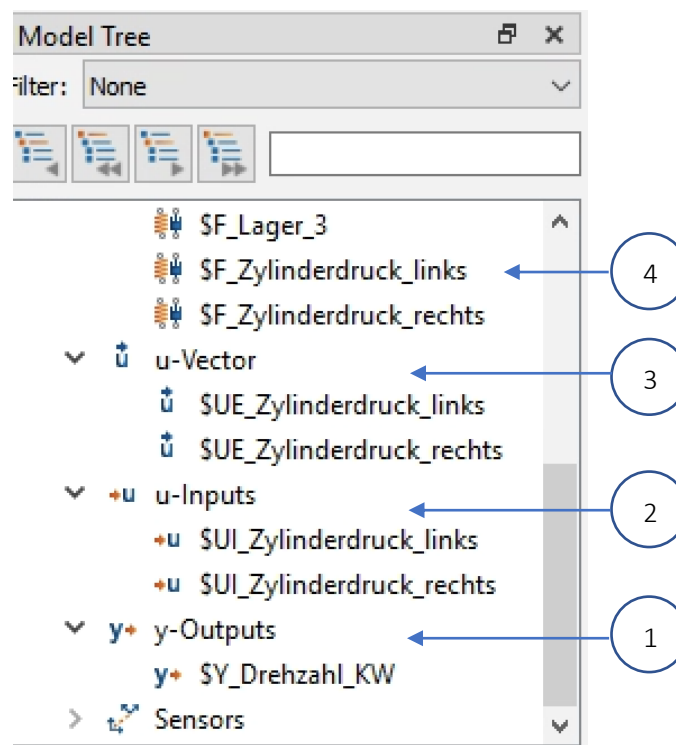


Abbildung 4-13: Erzeugen der Kraftelemente für Drucksimulation

Anschließend muss das Matlab®-Modell angepasst werden. Zunächst erfolgt entsprechend [21, pp. 30-35] die Anpassung des Matlab®-Pfads erfolgen. Anschließend wird im Matlab®-Command-Window der Befehl *simat* eingegeben, um die Schnittstelle im Simulink®-Modell zu erzeugen.

Ist dies geschehen, wird der erzeugte Simat-Block kopiert und in das zuvor erstellte Simulink®-Modell eingefügt. Wird die Co-Simulation in Simpack® und, nachdem die Matlab®-Parameter geladen sind, auch die Simpack®-Simulation gestartet, erzeugt Simulink® zunächst die benötigten Anschlüsse des Simat-Blocks. Diese können nun mit dem Simulink®Modell verbunden werden Abbildung 4-14.

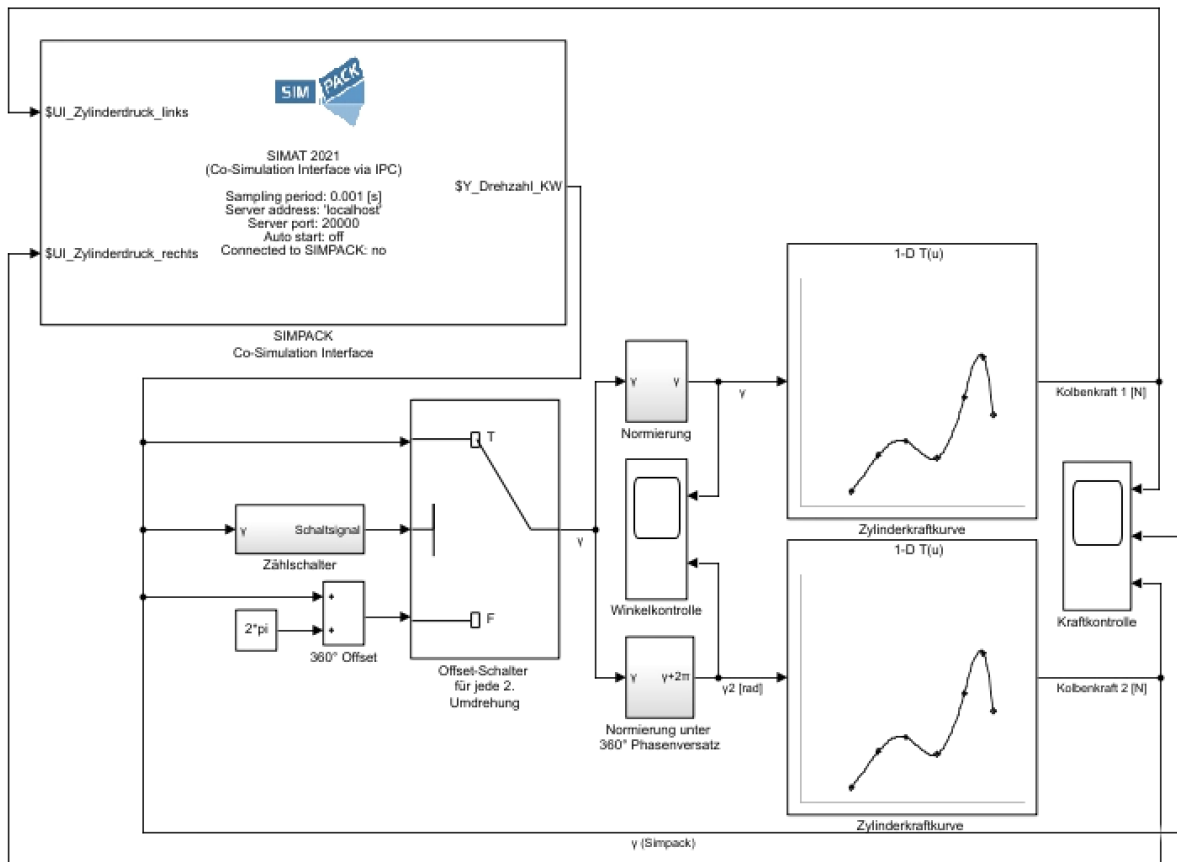


Abbildung 4-14: Zusammenführung des Simpack®- und des Simulink®-Modells

Bei der anschließenden Co-Simulation ist zu berücksichtigen, dass das Simulationsmodell des Motors keinerlei Gegendruck, oder Reibung berücksichtigt. Daraus folgt, dass die durch die Zylinderdrücke indizierte translatorische Bewegung der Kolben und damit auch die rotatorische Bewegung der Kurbelwelle keine Gegenkraft erfährt. Demnach muss davon ausgegangen werden, dass der Motor eine sehr hohe Drehzahl erreicht. Um diese Simulation sinnvoll auswerten zu können, ist es notwendig, die Abtastrate der Simulation deutlich zu steigern. Weiterführend ist bei der Festlegung der Abtastrate zudem noch das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem zu berücksichtigen welches eine 10-fach höhere Abtastrate vorsieht, als rechnerisch nötig ist, um zu gewährleisten, dass das Signal korrekt erzeugt wird. Dies wirkt sich signifikant auf die zur Berechnung der Simulation nötige Zeit aus. Da der Motor, wie oben beschrieben, über keine dem Antrieb entgegenwirkende Kraft verfügt, ist der transiente Bereich, in dem der Motor Drehzahl aufbaut, auf einen sehr kurzen Zeitraum begrenzt. Der im Rahmen dieser Arbeit zur Auswertung herangezogene Bereich bezieht sich jedoch auf den stationären Betrieb des Motors. Es zeigt sich, dass eine Simulationszeit von wenigen Sekunden ausreichend ist, um den Motor mittels der Zylinderdrücke zu beschleunigen und auf einem stationären Drehzahlniveau zu halten. Letztlich ist bei der Co-Simulation darauf zu achten, dass sowohl in Simpack®, als auch in Matlab® die gleiche Simulationszeit und Abtastrate eingestellt sind, um Fehlermeldungen zu umgehen.

#### 4.3 Simulation des Kolbenbetriebs

In einer Testsimulation hat sich gezeigt, dass der Motor bei circa 2000rad/s seinen stationären Betriebszustand erreicht. Aus diesem Grund wird die Schrittweite den neuen Begebenheiten angepasst, um sauber aufgelöste Bilder zu erhalten.  $f_{\text{Solver}} \geq 10 \cdot f_{\text{max}} = 10 \cdot \frac{2000\text{rad}}{2\pi \cdot s} = 3183\text{Hz}$

Die Samplerate wird auf 10000Hz festgesetzt, so lässt sich leicht in beiden Programmen eine fixe Schrittweite von 0,0001s eingeben. Das Motormodell wird dahingehend modifiziert, dass der Kurbelwelle eine Startgeschwindigkeit von 62,82rad/s zugewiesen wird. Das entspricht einer Startdrehzahl von 600U/min. Die Erregung durch die Fahrbahn wird abgeschaltet. Ein kurzer Test ergibt, dass eine Simulationsdauer von 0,1s reicht um die stationäre Drehzahl des Motors zu erreichen. Mit dieser Maßnahme wird die Rechenzeit auf ein akzeptables Niveau verkürzt. Aufgrund von Modellumstrukturierungen war es nicht mehr möglich den Kurbelwellenwinkel in der Art und Weise zu reproduzieren, wie er in Abbildung 4-6 links aufgezeigt wurde. Das Matlab-Modell verträgt durch die Modulooperationen im  $4\pi$ -Bereich und dem internen  $2\pi$ -Offset für den zweiten Zylinder allerdings auch einen aufintegrierenden Kurbelwellenwinkel. Diese Option wurde in der Entwicklung ausgeschlossen um einen Variablenüberlauf auszuschließen. Bei der kurzen Simulationsdauer von 0,1s stellt dies allerdings kein Problem dar. Der Sensor der Kurbelwelle wurde auf einen Joint referenziert um den gewünschten Effekt zu erhalten. Abschließend wurde aufgrund sporadisch-aufretender Fehler, die Abbruchbedingung bei Eingangswerten außerhalb des Wertebereiches der Look-Up-Table abgeschaltet, um den Simulationsdurchlauf stabil zu machen, sodass eine lange Berechnung nicht mitten im Prozess abbricht. Als erstes soll die Kurbelwellendrehzahl untersucht werden:

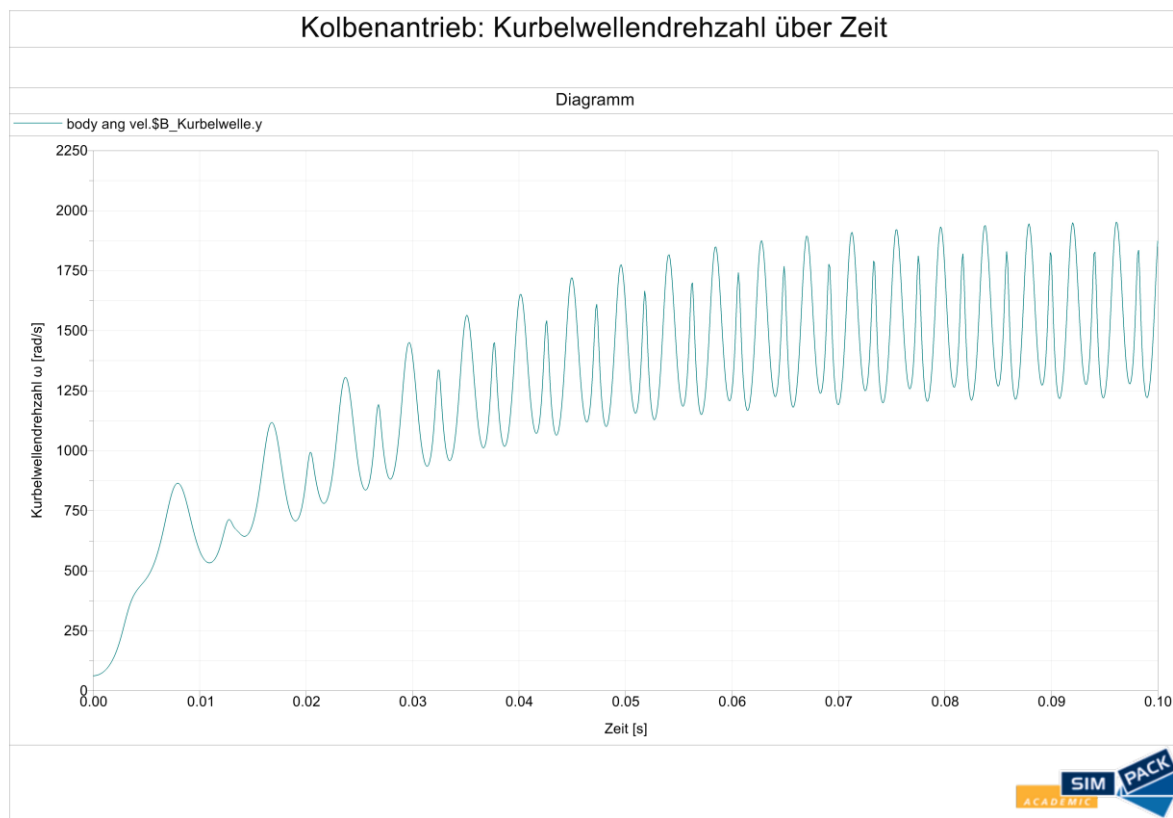


Abbildung 4-15: Kolbenantrieb: Kurbelwellendrehzahl über Zeit

Es ist bei 0s Simulationszeit zu erkennen, dass der Motor eine Startdrehzahl von circa 60rad/s aufweist. Man erkennt das enorm rasche Hochfahren des Motors, der offensichtlich durch die Kolbenkräfte getrieben wird. Der Motor läuft gegen einen stationären Betriebszustand von circa  $1600^{+300}_{-300} \text{rad/s}$ .<sup>1</sup> Dieser Zustand ist nach etwa 0,09s erreicht.

Ein Blick lohnt auch auf die Schwingung des Kurbelgehäuses in z-Richtung. Es ist wie bei den anderen Simulationen zu erkennen, dass die Kurbelwellendrehzahl und damit die oszillierenden Massen innerhalb des Gehäuses eine Schwingung hervorrufen (vergleiche hierzu Abbildung 4-16 mit Abbildung 4-15). Es ist zu erkennen, dass im Startvorgang des Motors die aufmodulierte Frequenz erst im ersten Drittel der Simulationszeit eine annähernd gleiche Periodendauer erreicht. Sie weist eine Schwingungsamplitude von ungefähr 1,5mm auf. Außerdem sticht die starke Trägerwelle mit einer ungefähren Amplitude von 4,5mm auf. Sie zeigt eine Periodendauer von ungefähr 0,08s. Das Reziproke von 0,833s ist 12Hz, womit sich die Eigenfrequenz des Systems wiederfindet.

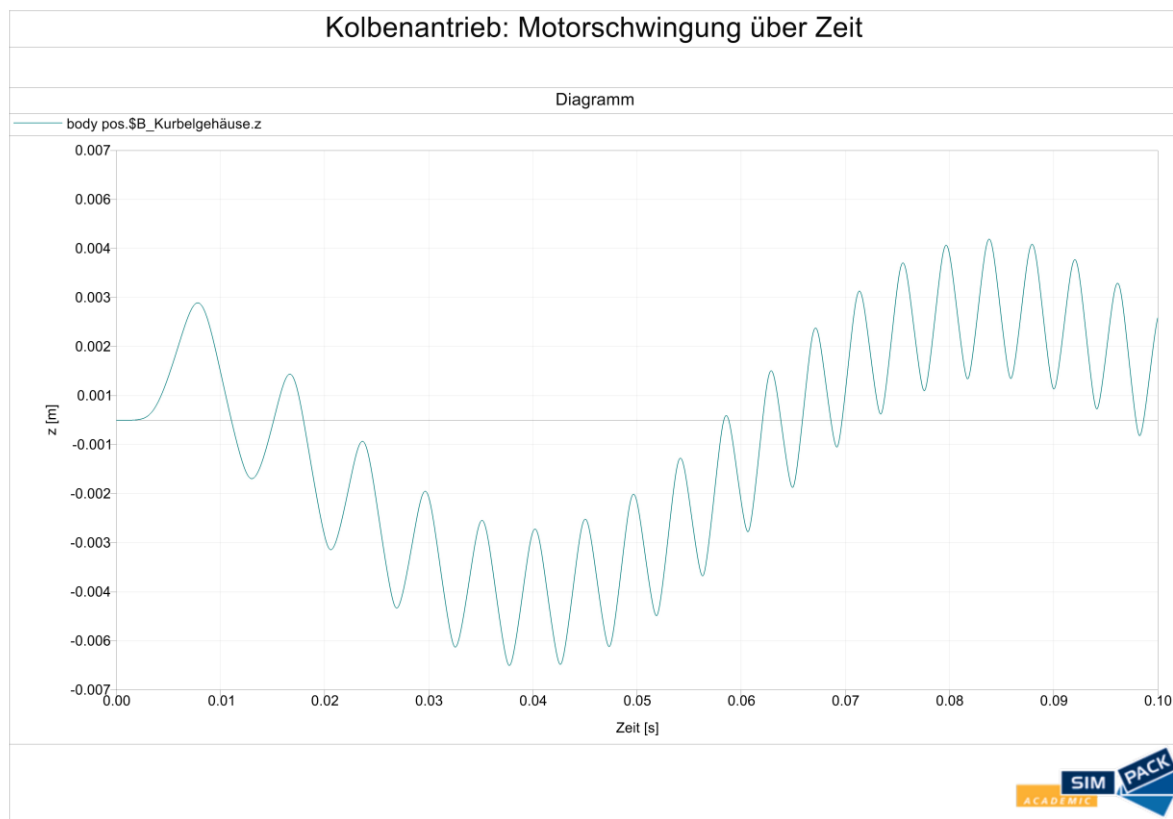


Abbildung 4-16: Kolbenantrieb: Motorschwingung über der Zeit

<sup>1</sup> Der ursprünglich gedachte Einsatz in einem Notstromaggregat wäre damit völlig undenkbar, da die Generator-Spannung sehr stark schwanken würde

Zum Abschluss sollen die Zylinderdruckkraftkurven über dem Kurbelwinkel inspiziert werden. Es wurde ein großer Wert darauf gelegt die Schrittweite derart hoch zu gestalten, dass die Bemühungen eine geglättete Spline-Kurve zu erzeugen in das Simpack®-Modell getragen werden.

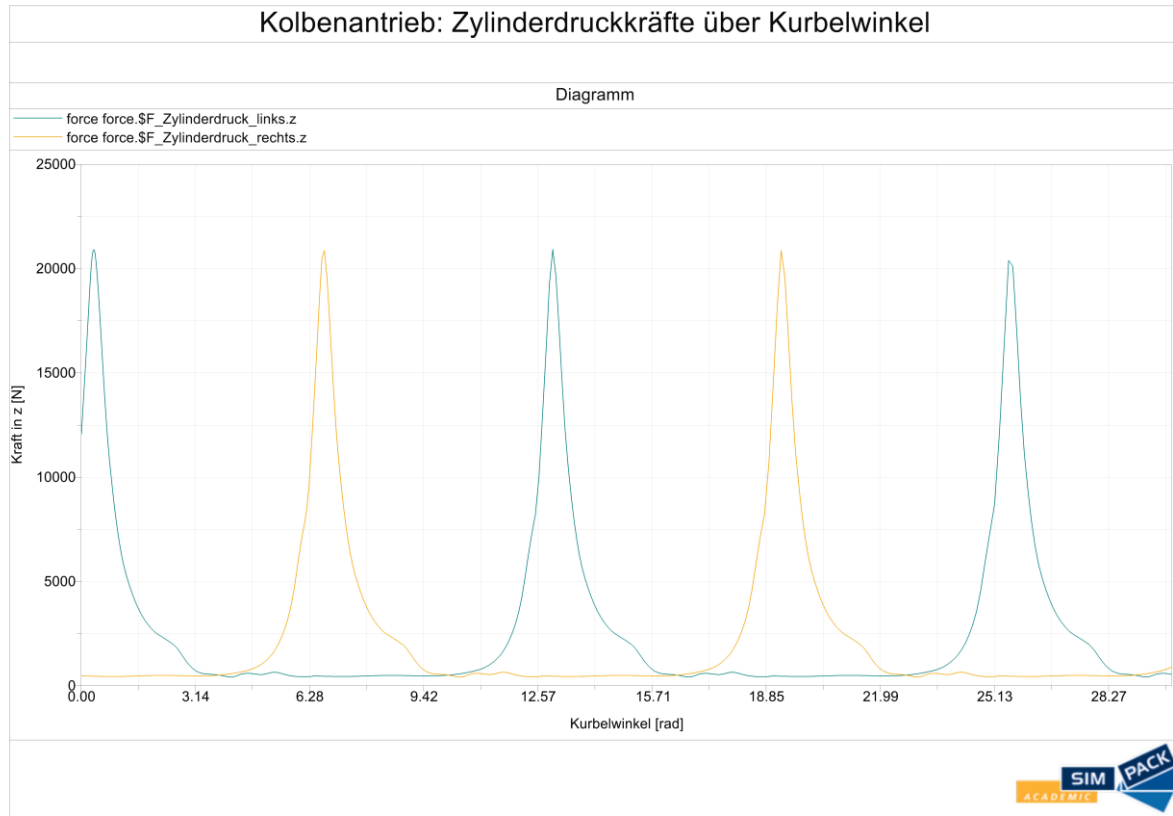


Abbildung 4-17: Kolbenantrieb: Zylinderdruckkräfte über Kurbelwinkel

Es ist zu erkennen, dass der Abstand zwischen 2 „Zündungen“  $720^\circ$  ( $4\pi$ , bzw. 12,57) beträgt (siehe blaue oder gelbe Kurve in Abbildung 4-17). Die Spitzenkraft liegt bei ungefähr 22000N. Da das Modell die Kurven in direkter Abhängigkeit des Kurbelwinkels macht, kann die Abbildung als Möglichkeit zum Debugging gesehen werden (vergleiche Abbildung 4-12). Durch die hochgewählte Auflösung ist trotz hoher Drehzahl keine Linearisierung der Kurven erkennbar.





## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 0-1:	Twin Motor .....	I
Abbildung 0-2:	Beispielhafter Zylinderdruckverlauf .....	I
Abbildung 1-1:	Kinematisch zusammenhängendes System durch ein Gelenk mit Freiheitsgrad = 6	1
Abbildung 1-2:	Topologie des Twin-Motors .....	2
Abbildung 1-3:	Geometrie des Kurbelgehäuses .....	5
Abbildung 1-4:	Topologie in Simpack® .....	6
Abbildung 1-5:	Masseneigenschaften des Zylinderkurbelgehäuses .....	8
Abbildung 1-6:	Lagerung des Twin-Motors .....	11
Abbildung 2-1:	Matlab-Modell zur Simulation eines Einmassenschwingers .....	15
Abbildung 2-2:	Antwort des Einmassenschwingers auf die Gewichtskraft.....	16
Abbildung 2-3:	Form der Unwuchterregung bei steigender Erregerfrequenz.....	16
Abbildung 2-4:	Antwort des Einmassenschwingers auf Unwucht-Erregung und Vergrößerungsfunktion V3 .....	17
Abbildung 2-5:	Form der Krafterregung bei steigender Erregerfrequenz .....	17
Abbildung 2-6:	Antwort des Einmassenschwingers auf Trägheitskraft-Erregung und Vergrößerungsfunktion V1.....	18
Abbildung 2-7:	Antwort des Einmassenschwingers im Motorhochlauf.....	18
Abbildung 2-8:	Lagerkräfte in Z-Richtung.....	19
Abbildung 2-9:	Lagerkräfte in X-Richtung.....	20
Abbildung 2-10:	Schwingungen am Kurbelgehäuse .....	21
Abbildung 2-11:	Eigenschaften der Feder-/Dämpfersysteme .....	22
Abbildung 2-12:	Lagerkräfte in Z-Richtung mit halbierten Federsteifigkeit/Dämpferkonstante .....	23
Abbildung 3-1:	Erweiterung des Simulink®-Modells um die Fußpunktanregung .....	24
Abbildung 3-2:	Antwort des Einmassenschwingers auf Fußpunkt-Erregung und Vergrößerungsfunktion V2 .....	25
Abbildung 3-3:	Antwort bei Fußpunkterregung, statischer Ruhelage und Kurbeltrieb-Drehzahl 7000U/min .....	25
Abbildung 3-4:	Erweiterte Topologie mit Anregung durch Straßenunebenheiten.....	26
Abbildung 3-5:	Konfiguration der Excitation .....	27
Abbildung 3-6:	Erweiterung der Simpack®-Topologie .....	27
Abbildung 3-7:	Schwingungen des Kurbelgehäuses bei Fahrbananregung .....	28
Abbildung 3-8:	Schwingungen des Kurbelgehäuses mit angepasster Dämpfung .....	29
Abbildung 4-1:	Konfiguration Look-Up-Table als linear oder kubisch-Spline in MATLAB®/Simulink® .....	31
Abbildung 4-2:	Freischneidung der Zylinderdruckkurve in einem Graphik-Programm .....	31
Abbildung 4-3:	Freigeschnittene Zylinderdruckkurve als Diagrammhintergrund in Microsoft Excel.. ..	32
Abbildung 4-4:	Ableitung der Zylinderkraftkurve über kubisch-Spline Interpolation in Microsoft Excel .....	32
Abbildung 4-5:	Zuweisung der Wertepaare in Simulink® (veranschaulicht mit linearer Interpolation) .....	33
Abbildung 4-6:	modellgerechte Transformation (rechts) des Kurbelwinkels aus Simpack® (links)	34
Abbildung 4-7:	Subsystem: "Normierung".....	35
Abbildung 4-8:	Subsystem: "Normierung + 360° Phasenversatz" .....	35



Abbildung 4-9:	Modell zur Simulation der Zylinderkräfte in Simulink® .....	35
Abbildung 4-10:	Subsystem: "Zählschalter" .....	36
Abbildung 4-11:	Schaltzustände der Flip-Flops.....	37
Abbildung 4-12:	Simulation der Kolbenkraft in Abhängigkeit des Kurbelwinkels .....	39
Abbildung 4-13:	Erzeugen der Kraftelemente für Drucksimulation.....	40
Abbildung 4-14:	Zusammenführung des Simpack®- und des Simulink®-Modells .....	41
Abbildung 4-15:	Kolbenantrieb: Kurbelwellendrehzahl über Zeit .....	42
Abbildung 4-16:	Kolbenantrieb: Motorschwingung über der Zeit.....	43
Abbildung 4-17:	Kolbenantrieb: Zylinderdruckkräfte über Kurbelwinkel .....	44

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1:	Relevante Informationen für die Freiheitsgradberechnung .....	3
Tabelle 2:	Zusammenfassung aller Freiheitsgrade und Bindungen.....	4
Tabelle 3:	Parameter des Twin-Motors.....	15
Tabelle 4:	Wertepaare der Zylinderkraft nach Übertragung in MATLAB® .....	33
Tabelle 5:	Prozedur für den Zählschalter in C++-Sourcecode .....	38



## Quellenverzeichnis

- [1] H. Schneider Auswuchttechnik, 8.Auflage, *Heidelberg: Springer-Verlag Berlin, 2013.*
- [2] C. Woernle Mehrkörpersysteme | Eine Einführung in die Kinematik und Dynamik von Systemen starrer Körper, 2.Auflage, *Heidelberg: Springer-Verlag Berlin, 2016.*
- [3] R. van Basshuysen Handbuch Verbrennungsmotor | Grundlagen - Komponenten - Systeme - Perspektiven, 8.Auflage, *Wiesbaden: Springer Vieweg, 2017.*  
F. Schäfer
- [4] H. E. Friedrich Leichtbau in der Fahrzeugtechnik, 1.Auflage, *Wiesbaden: Springer Vieweg, 2013.*
- [5] H.-H. Braess Vieweg Handbuch Kraftfahrzeugtechnik, 7.Auflage, *Wiesbaden: Springer Vieweg, 2013.*  
U. Seiffert
- [6] E. Köhler Verbrennungsmotoren | Motormechanik, Berechnung und Auslegung des Hubkolbenmotors, 6.Auflage, *Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2011.*  
R. Flierl
- [7] W. Werner Vektoren und Tensoren als universelle Sprache in Physik und Technik 2 | Tensoren in Mathematik und Physik, 1.Auflage, *Wiesbaden: Springer Vieweg, 2019.*
- [8] G. P. Merker Grundlagen Verbrennungsmotoren | Funktionsweise und alternative Antriebssysteme - Verbrennung, Messtechnik und Simulation, 8.Auflage, *Wiesbaden: Springer Vieweg, 2018.*  
R. Teichmann
- [9] MAHLE GmbH Kolben und motorische Erprobung, *Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2011.*
- [10] M. Mischke Dynamik der Kraftfahrzeuge, 5.Auflage, *Wiesbaden: Springer Vieweg, 2014.*  
H. Wallentowitz
- [11] W. Skolaut Maschinenbau | Ein Lehrbuch für das ganze Bachelor-Studium, 2.Auflage, *Berlin: Springer Vieweg, 2018.*
- [12] D. Goßlau Fahrzeugmesstechnik | Grundlagen der Messtechnik und Statistik, Prüfstandstechnik, Messtechnik im Motoren- und Fahrzeugversuch, 1.Auflage, *Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2020.*
- [13] M. Schulz Maschinendynamik | in Bildern und Beispielen, 1.Auflage, *Berlin/Boston: Walter de Gruyter GmbH, 2017.*



- [14] K. Schreiner Basiswissen Verbrennungsmotor | Fragen - Rechnen - Verstehen - Bestehen, 2.Auflage, *Wiesbaden: Springer Vieweg, 2015.*
- [15] J. Dankert Technische Mechanik | Statik, Festigkeitslehre, Kinematik/Kinetik,  
H. Dankert 7.Auflage, *Wiesbaden: Springer Vieweg, 2013.*
- [16] T. Kuttner Praxiswissen Schwingungsmesstechnik, 1.Auflage, *Wiesbaden: Springer Vieweg, 2015.*
- [17] T. Kuttner Praxis der Schwingungsmessung | Messtechnik und  
A. Rohnen Schwingungsanalyse mit MATLAB®, 2.Auflage, *Wiesbaden: Springer Vieweg, 2019.*
- [18] H. Jäger, R. Mastel Technische Schwingungslehre | Grundlagen - Modellbildung -  
und M. Knaebel Anwendungen, 9.Auflage, *Wiesbaden: Springer Vieweg, 2016.*
- [19] V. Dorsch Labor für Simulationswerkzeuge | Mehrkörpersimulation mit  
Simpack, *Wolfenbüttel, 2020*
- [20] G. Rill Grundlagen und Methodik der Mehrkörpersimulation | Vertieft in  
T. Schaeffer Matlab-Beispielen, Übungen und Anwendungen, 3.Auflage,  
*Wiesbaden: Springer Vieweg, 2017.*
- [21] V. Dorsch Vorlesungsskript, *Wolfenbüttel: Ostfalia Wolfenbüttel, 2020.*